

مدلسازی دینامیک و کنترل پایداری ربات سیار در محیط ناهموار سه بعدی

علی شیخی کیش خاله^۱، حامی تورجی زاده^۲

^۱ کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت، ایران

^۲ دانشیار، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه خوارزمی، تهران، ایران

چکیده

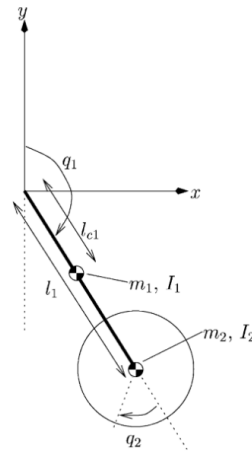
کنترل پایداری ربات‌های سیار در محیط‌های ناهموار سه بعدی، به دلیل خطر واژگونی ناشی از افزایش زوایای جانبی، از اهمیت بالایی برخوردار است. این مقاله به طراحی و مدلسازی یک ربات سیار چهارچرخ مجهز به مکانیزم‌های کمکی برای بهبود پایداری طولی و عرضی می‌پردازد. راهکار پیشنهادی مبتنی بر افزودن دو عملگر برای کنترل فعال زوایای پیچ و رول است؛ به طوری که زاویه پیچ توسط یک موتور متصل به پاندول معکوس و زاویه رول با استفاده از یک موتور متصل به چرخ طیار کنترل می‌شود. برای کنترل پایداری، از روش گشتاور محاسبه شده مقاوم (RCTM) در مدل طولی و از تنظیم کننده درجه دوم خطی (LQR) در مدل عرضی استفاده شده است. شبیه‌سازی‌های انجام شده در محیط MATLAB کارایی و دقت بالای روش کنترلی و مکانیزم‌های به کاررفته را در حفظ پایداری ربات در شرایط ناهموار تأیید می‌کنند.

کلمات کلیدی: کنترل پایداری؛ ربات سیار چهارچرخ؛ طراحی مکانیزم؛ کنترل بهینه LQR؛ محیط ناهموار

۱- مقدمه

مهم‌ترین امر در وسایل نقلیه و یا به طور کلی هر دستگاهی با قابلیت جابجایی حفظ تعادل و پایدار ماندن وسیله مورد نظر در وضعیت دلخواه است. در همین راستا، در این پژوهش، بر ارائه راهکاری برای به حداکثر رساندن ثبات، ایمنی و مانور پذیری یک ربات سیار چهار چرخ تمرکز شده است. ضرورت انجام این پژوهش از آن جهت است که افزایش زوایای جانبی فراتر از حد معین، تعادل وسیله نقلیه را برهم زده و منجر به واژگونی می‌شود. این پارامتر در خودروهای SUV و یا ادوات کشاورزی به دلیل حرکت وسیله نقلیه در محیط ناهموار از اهمیت بالاتری برخوردار بوده و کنترل آن بسیار مهم است [۱].

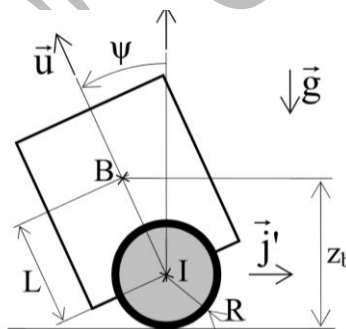
از جمله نخستین پژوهش‌ها در زمینه دینامیک ربات سیار، می‌توان به مطالعه‌ای که توسط اسپانگ و همکاران [۲] انجام شده است، اشاره کرد. در این مقاله، پژوهشگران با فرض یک مدل دو عضوی، دوبعدی و دارای دو درجه آزادی متشکل از یک دیسک و یک پاندول که مطابق با شکل ۱ به یکدیگر متصل شده‌اند، معادلات حرکتی سیستم را مورد بررسی قرار دادند. در این مدل، فرض شده است که مرکز جرم دیسک هم‌راستا با محور چرخش دیسک می‌باشد.



شکل ۱- مدل اسپانگ و همکاران [۲]

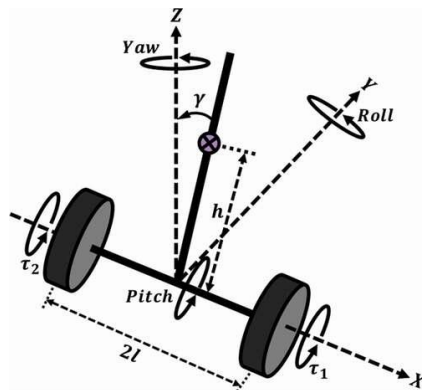
در مقاله مذکور، کنترل کننده‌های مختلفی برای کنترل سیستم پاندول چرخشی مورد بررسی قرار گرفته‌اند. دو رویکرد اصلی کنترل که در این مقاله مطرح شده‌اند، شامل کنترل خطی سازی بازخوردی و کنترل مبتنی بر غیرفعال هستند. در نهایت، نتایج تجربی از عملکرد این کنترل کننده‌ها ارائه شده که نشان‌دهنده کارایی و اثربخشی آن‌ها در کنترل سیستم مورد نظر است.

تیرمنت و همکاران [۳] یک مدل جایگزین از ربات سیار را معرفی کردند که قابلیت استفاده برای حمل و نقل و جابه‌جایی انسان در محیط‌های شهری را داراست. معادلات حرکت این مدل به کمک معادلات لاگرانژ محاسبه شده است و نمای آن در شکل ۲ نشان داده شده است. در این مقاله، دو قانون کنترل مختلف مورد مقایسه قرار می‌گیرند. قانون کنترل اول از تکنیک‌های استاندارد کنترل خطی برای دست‌یابی به پایداری دینامیکی استفاده می‌کند. ویژگی بارز این روش، تثبیت تمایل وسیله نقلیه حول تعادل دینامیکی و همچنین کاهش تلاش موتور است. روش دوم کنترل تحت عنوان PDC (جبران‌سازی توزیع شده موازی) مورد بررسی قرار می‌گیرد. این روش کنترل با استفاده از یک مدل فازی به تثبیت زاویه کابین و کنترل سرعت وسیله نقلیه می‌پردازد. نتایج شبیه‌سازی‌ها نشان‌دهنده کارایی هر دو روش کنترل می‌باشد.



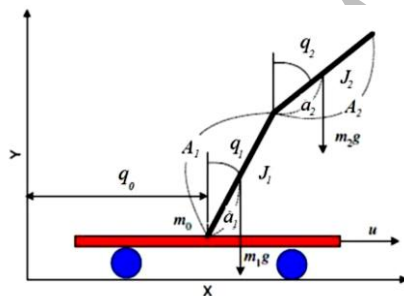
شکل ۲- مدل تیرمنت و همکاران [۳]

مدل جو نیز توسط گریزر و همکاران ارائه شد [۴]. این مدل، که به دو بخش چرخ‌ها و شاسی-پاندول تقسیم می‌شود، به عنوان یکی از مدل‌های مورد توجه در این حوزه شناخته شده است. معادلات حرکتی هر بخش از این مدل با استفاده از قوانین و روابط نیوتونی استخراج گردیده است. نمای این مدل در شکل ۳ ارائه شده است. همچنین لازم به ذکر است که در این مدل، نیروهای اغتشاش وارده بر اجزای مختلف ربات نیز مد نظر قرار گرفته‌اند. کنترل کننده مورد استفاده در این سیستم، شامل دو حلقه کنترلی فضای حالت از نوع PID است که به صورت جداگانه میزان دوران موتور و دینامیک حرکت سیستم کلی را هدایت می‌کنند.



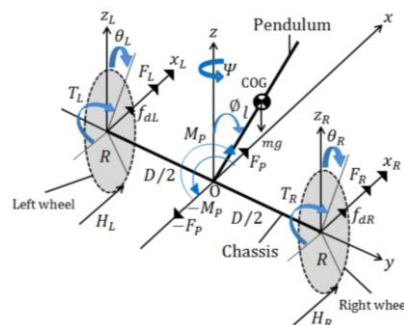
شکل ۳- مدل جو [۴]

در مقاله‌ای که توسط کیم و همکاران منتشر شده است، فرض گردید که قیود موجود در مدل دینامیکی سیستم، غیر هولونومیک هستند و بر این اساس معادلات حرکت استخراج گردیدند [۵]. سپس، زارع و همکاران [۶] با ارائه مدلی دو پاندولی از ربات سیار (مطابق شکل ۴)، معادلات حرکت ربات را به کمک روش لاگرانژ محاسبه کرده و به بررسی کنترل ربات پرداختند. مقاله مورد اشاره به توسعه یک روش کنترل جدید برای مشکل پاندول معکوس دو گانه در روی واگن می‌پردازد. کنترل بهینه طراحی شده در این مقاله می‌تواند به کاهش نوسانات و افزایش دقت در کنترل وضعیت پاندول کمک کند.



شکل ۴- مدل زارع و همکاران [۶]

مدل دوو و سیت [۷]، یکی از مدل‌های نسبتاً جامع در این حوزه محسوب می‌شود. در این مدل، ربات به سه بخش چرخ‌ها، شاسی و پاندول تقسیم شده و برای هر بخش به طور مستقل، روابط تعادل و معادلات حرکت استخراج گردید. نمای این مدل در شکل ۵ نمایش داده شده است:



شکل ۵- مدل دوو-سیت [۷]

در پژوهش یاد شده، ابتدا یک ناظر اغتشاش طراحی می‌شود که به‌طور نمایی اغتشاش خارجی را برآورد می‌کند. سپس با استفاده از تکنیک‌های «خطی‌سازی جزئی بازخورد» و تغییرات مختصات، دینامیک وسیله نقلیه به فرم بالایی مثلثی تبدیل می‌شود تا یک قانون کنترل برای سیستم تبدیل‌شده طراحی شود.

یوسف‌زاده و شافعی [۸]، برخوردهای چندگانه در سیستم‌های رباتیکی دو بعدی با لینک‌های الاستیک را بررسی کرده و معادلات دینامیکی سیستم را با الگوریتم بازگشتی گیس-اپل و مدل‌سازی برخورد-تماس حل نمودند؛ نتایج شبیه‌سازی‌ها دقت بالای روش پیشنهادی در تحلیل رفتار دینامیکی سیستم را نشان داد. بامداد و مردانی [۹]، ساختار چندحالتی نوینی را برای ربات سیار چرخ‌دار ارائه کردند که امکان حرکت همزمان بدنه و بازوی رباتیک روی سطوح ناهموار و تبدیل ربات دوچرخ به چهارچرخ را بدون نیاز به موتور اضافی فراهم می‌کند. عالی‌پور و همکاران [۱۰] ربات کروی پاندولی را مدل‌سازی و کنترل‌کننده غیرخطی مبتنی بر فیدبک آن را طراحی کردند؛ نتایج نشان‌دهنده توانایی ربات در دنبال کردن مسیر دلخواه حتی تحت شرایط نامطلوب است. همچنین، حیدری و انفرادی [۱۱]، بالانس نیرویی ربات موازی کروی را با استفاده از مکانیزم اضافه بهبود دادند و اثرات لرزش‌های ناشی از شتاب‌های کوریولیس را کاهش دادند.

کوالسکی و همکاران [۱۲] الگوریتمی برای کنترل هوشمند حرکت ربات سیار چهارچرخ مجهز به چرخ‌های مکانوم ارائه کردند. در این پژوهش، با استفاده از نظریه پایداری لیاپانوف، وزن‌های شبکه عصبی به‌صورت تطبیقی تنظیم شدند تا پایداری و همگرایی کنترل تضمین شود. الیوارز و آلبرتوس [۱۳]، با افزودن یک چرخ‌طیار به ربات، به بررسی دینامیک و معادلات حرکت ربات با استفاده از روش لاگرانژ پرداختند. در مقاله مورد نظر، کنترل‌کننده مورد استفاده برای سیستم پاندول معکوس با چرخ‌طیار، یک کنترل‌کننده PID ساده معرفی شده است. برای دستیابی به پایداری فراگیر، دو گزینه توسعه یافته است: اولی با معرفی یک کنترل‌کننده پایدار داخلی و دومی با جایگزینی کنترل‌کننده PID با یک کنترل‌کننده بازخورد وضعیت مبتنی بر ناظر. نتایج شبیه‌سازی و تجربی نشان‌دهنده اثربخشی طراحی‌های انجام شده می‌باشد. راهکار ارائه شده مبتنی بر افزودن مکانیزم‌های جانبی با دو عملکرد به منظور کنترل زوایای یاو و پیچ است. زاویه پیچ به وسیله یک موتور متصل به پاندول معکوس کنترل می‌شود. حرکت پاندول معکوس به دلیل تغییر گشتاورهای وارده بر سازه ربات به کنترل حرکت زاویه‌ای در محور عرضی (پیچ) می‌پردازد. زاویه رول با استفاده از یک موتور متصل به یک چرخ طیار کنترل می‌شود. حرکت چرخ طیار به تغییر در گشتاورهای دورانی وارده بر سازه پرداخته و گشتاور برآیند وارده بر محور طولی را تغییر می‌دهد [۱۴].

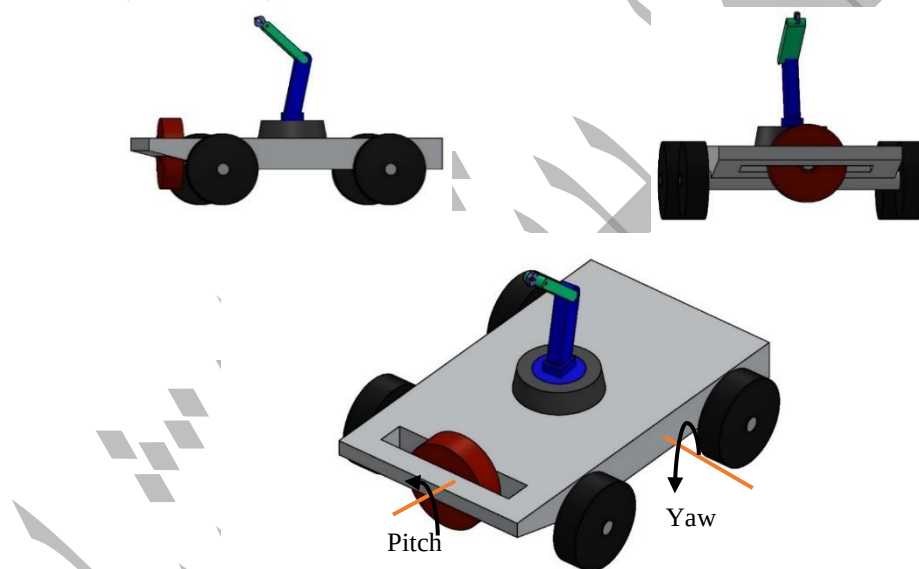
شکل ۶ نمایشی از توضیحات بیان شده را ارائه می‌دهد. روش ارائه شده به‌طور معمول برای کنترل ربات‌های کروی [۱۵] به کار می‌رود. البته در ربات‌های کروی تنها از عملگرهای ژيروسکوپی مشابه آنچه برای کنترل زاویه رول گفته شد بهره می‌برند. مفهوم ارائه شده برای کنترل زاویه پیچ، تعریف معکوسی از کنترل یک پاندول معکوس سیار است [۱۶]. در پیشینه پژوهش مشاهده شد که تاکنون از روش‌های بیان شده در کنترل پایداری ربات سیار استفاده نشده است. در این پژوهش با تمرکز بر یک ربات سیار به پژوهش پیرامون نحوه کنترل پایداری با استفاده از یک سیستم فعال برای محدود نمودن زوایای جانبی (پیچ و رول) پرداخته می‌شود.

باتوجه به پیشینه پژوهش بررسی شده، اکثر پژوهش‌های پیشین مانند مدل‌های پاندول معکوس ساده یا دوچرخ، بر کنترل در صفحه‌ی دوبعدی متمرکز بوده‌اند و چالش پایداری همزمان در هر دو محور طولی (پیچ) و عرضی (رول) در محیط‌های ناهموار سه‌بعدی را به‌طور کامل پوشش نداده‌اند. علاوه بر این، بسیاری از این راهکارها فاقد مکانیزم‌های فعال و مستقل برای مقابله با هر دو نوع ناپایداری بوده و یا در برابر اغتشاشات خارجی از مقاومت کافی برخوردار نبوده‌اند. نوآوری مقاله حاضر در ارائه و مدل‌سازی یک سامانه‌ی یکپارچه متشکل از دو مکانیزم فعال مستقل است: یک پاندول معکوس برای کنترل فعال زاویه پیچ و یک چرخ طیار برای کنترل فعال زاویه رول. این ترکیب برای نخستین بار با هدف غلبه بر محدودیت‌های مذکور و دستیابی به پایداری برتر در محیط‌های ناهموار سه‌بعدی پیشنهاد شده

است. همچنین، بهره‌گیری همزمان از دو روش کنترلی گشتاور محاسبه‌شده مقاوم (RCTM) برای بخش غیرخطی طولی و تنظیم‌کننده درجه دوم خطی (LQR) برای بخش عرضی، از دیگر جنبه‌های نوآورانه این پژوهش به شمار می‌رود که باعث افزایش کارایی و مقاومت سیستم در برابر ناهمواری‌ها و اغتشاشات شده است. در ادامه، این مقاله به تشریح مدل‌سازی، طراحی کنترل‌کننده و ارائه نتایج شبیه‌سازی می‌پردازد. در ادامه و در بخش دوم مقاله، مدل‌سازی ربات با همکاری مکانیزم‌های جانبی پیشنهادی صورت گرفته است. همچنین کنترل‌کننده‌های مناسب برای کنترل پایداری‌های طولی و جانبی در این بخش طراحی و به سیستم اعمال گشته است. در بخش سوم به کمک تعدادی شبیه‌سازی و انجام مقایسه کارایی طرح پیشنهادی و توانمندی کنترل‌کننده‌های اعمال شده بررسی و اثبات شده است. در بخش آخر نتیجه‌گیری ارائه شده و اثبات شده به کمک طرح پیشنهادی و کنترل‌کننده آن می‌توان پایداری طولی و عرضی این دسته از ربات‌ها را تأمین کرد.

۲- مدل‌سازی

سیستم مورد پژوهش مشابه شکل ۶ است که در دو جهت طولی و عرضی دچار ناپایداری ذاتی است. شکل ۶ در نرم افزار Solidworks طراحی شده است. پس با بررسی راهکارهای ارائه شده در مدل‌سازی سیستم شروع می‌کنیم:

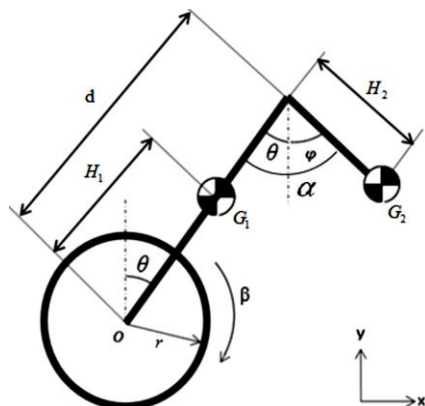


شکل ۶- نمایشی از راهکار کنترلی برای ربات سیار

همانطور که اشاره شد، به کمک حرکت بازوی مکانیکی اضافه شده (که مشابه یک پاندول معکوس عمل می‌کند) می‌توان گشتاور اعمالی به حرکت زاویه‌ای در محور عرضی (یاو) را کنترل کرد. همچنین زاویه پیچ به کمک یک چرخ طیار فعال کنترل می‌شود. این چرخ طیار به تغییر در گشتاورهای دورانی در راستای محور طولی کمک خواهد کرد [۱۴]. در ادامه با مدل‌سازی دینامیک هر کدام از درجات آزادی نحوه‌ی کنترل آن‌ها توضیح داده خواهد شد.

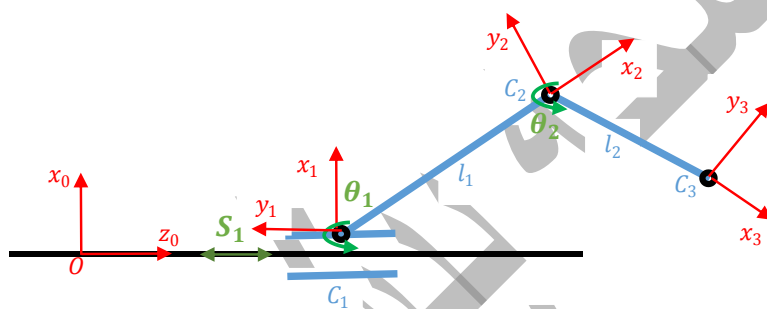
۲-۱- مدل‌سازی طولی:

به منظور پایداری‌سازی سیستم در جهت طولی یک بازوی ساده و یک موتور برای تنظیم زاویه آن در نظر گرفته شد. شماتیک کلی سیستم مورد بررسی به شکل ۷ است. همانطور که در شکل ۷ مشخص است، در صورت تنظیم مناسب زاویه بازوی در نظر گرفته شده می‌توان عدم تعادل مرکز جرم ربات (G_1) را جبران نمود.



شکل ۷-سیستم پایدارسازی طولی ربات سیار با استفاده از یک بازوی ساده [۱۷]

همانطور که مشخص است، تمامی مجموعه شکل ۷ را می توان با یک ربات سری موجود در شکل ۸ معادل در نظر گرفت:



شکل ۸-شماتیک ربات

طبق قانون چیدن دستگاه های دناویت هارتنبرگ، محور X در دستگاه جدید بر محور Z در دستگاه قدیم عمود است و آن را قطع می کند. پارامترهای استخراج شده از این روش در جدول ۱ آمده است. که در آن e (فاصله بین محورهای Z قدیم و Z جدید در راستای محور X جدید)، β (زاویه بین محورهای Z قدیم و Z جدید حول محور X جدید)، d (فاصله عمودی بین مبدا دستگاه قدیم و فصل مشترک X جدید و Z قدیم) در راستای محور Z قدیم، θ (زاویه بین محورهای X قدیم و X جدید حول محور Z قدیم) است. ماتریس انتقال همگن بر حسب پارامترهای جدول ۱ به صورت زیر است:

$$H_{c_1}^o = R_{z,\theta} T_{z,d} T_{x,e} R_{x,\beta} \quad (1)$$

که در آن $R_{z,\theta}$ دوران حول محور Z به اندازه θ و $T_{z,d}$ انتقال در راستای محور Z و به اندازه d است.

جدول ۱- پارامترهای معرف لینک ها

Link	E	β	D	θ
OC1	0	-90	s_1	90
C1C2	l_1	0	0	θ_1
C3C2	l_2	0	0	θ_2

ماتریس انتقال کلی برابر است با:

$$H_{c_3}^o = H_{c_1}^o H_{c_2}^{c_1} H_{c_3}^{c_2} \quad (2)$$

مقطع تمامی لینک ها بصورت دایره و تمام جرم آن در مرکز جرم فرض شد. $[S_1, \theta_1, \theta_2]^T$ به عنوان سه مختصه عمومی در نظر گرفته شد. انرژی جنبشی مکانیزم برابر است با:

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 (\omega_i^T I_i \omega_i + m_i v_i^T v_i) \quad (3)$$

I_i ممان اینرسی لینک i ام در دستگاه مرجع است که چنین محاسبه شد:

$$R_{li}^o = R_{ci}^o R_{z,\theta_i}, \quad \begin{bmatrix} R_{ci}^o & d_{ci}^o \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = H_{ci}^o \quad (4)$$

برای محاسبه I_i می توان نوشت:

$$I_i = R_{li}^o \begin{bmatrix} \frac{1}{3} m l^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} m l^2 \end{bmatrix} R_{li}^{oT} \quad (5)$$

ω_i, V_i سرعت های خطی و دورانی مرکز جرم لینک i ام در دستگاه مرجع است که به صورت زیر محاسبه شد:

$$\begin{cases} \omega_1 = R_{c1}^o [0 \ 0 \ \dot{\theta}_1]^T \\ \omega_2 = \omega_1 + R_{c1}^o R_{c2}^{c1} [0 \ 0 \ \dot{\theta}_2]^T, \quad V_i = \frac{d}{dt}(G_i) \\ G_1 = H_{c1}^o H_{c2}^{c1} [-0.5l_1 \ 0 \ 0 \ 1]^T \\ G_2 = H_{c1}^o H_{c2}^{c1} H_{c3}^{c2} [0 \ 0 \ 0 \ 1]^T \end{cases} \quad (6)$$

با توجه به اینکه محور X در دستگاه مرجع در نظر گرفته شده در جهت عمودی قرار دارد، انرژی پتانسیل مکانیزم برابر است با:

$$U = mg \sum_{i=1}^2 G_i(1) \quad (7)$$

g شتاب گرانش زمین است. $G_i(1)$ بیانگر درایه اول از آن بردار است. معادلات حرکت لاگرانژ برابر است با:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i \quad i = 1, 2, 3 \\ L = T - U \\ Q = [F, 0, T_2] \\ q = [S_1, \theta_1, \theta_2] \end{cases} \quad (8)$$

معادله حرکت برابر خواهد بود با:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) = \frac{\partial}{\partial \dot{q}_j} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) \ddot{q}_j + \frac{\partial}{\partial q_j} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) \dot{q}_j \\ \frac{\partial}{\partial \dot{q}_j} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) = m_{ji}, \quad \frac{\partial}{\partial q_j} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) = c_{ji} \\ \frac{\partial L}{\partial q_i} = g_i \\ M \ddot{q} + C \dot{q} - G = Q \end{cases} \quad (9)$$

که در آن M ماتریس اینرسی، C ماتریس کوریولیس، G ماتریس گرانش Q بردار نیروهای تعمیم یافته است. با انتخاب متغیرهای

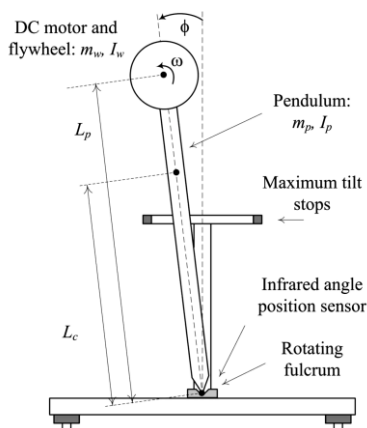
حالت به شکل $\vec{X}_{6 \times 1} = [q^T, \dot{q}^T]^T$ ، صورت فضای حالت سیستم برابر است با:

$$\dot{\vec{X}} = \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \ddot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{q} \\ M^{-1}(Q + G - C\dot{q}) \end{bmatrix} \quad (10)$$

۲-۲- مدل سازی عرضی

در حالت عرضی، سیستم مانند یک پاندول معکوس است که توسط یک چرخ طیار پایدار می شود. در شکل ۹ نمونه ای از این سیستم و نحوه مدل سازی آن آمده است. همانطور که در شکل ۹ آمده است، یک چرخ طیار با گردش خود یک گشتاور متعادل کننده ایجاد کرده

و پاندول معکوس را به نقطه تعادل خود برمی گردانند. همانطور که در شکل ۹ آمده، ϕ زاویه دوران پاندول معکوس (زاویه پیچ در شکل ۶)، θ زاویه دوران چرخ طیار است. همچنین، m_w, I_w جرم و ممان اینرسی چرخ طیار و m_p, I_p جرم و ممان اینرسی پاندول است. میرایی اصطکاکی حرکت برای هر کدام از زوایای یاد شده نیز با η نشان داده شده است.



شکل ۹- سیستم پایدارسازی پاندول معکوس با استفاده از چرخ طیار [۱۸]

همانطور که در [۱۸] آمده است، معادله حرکت سیستم برابر است با:

$$\begin{aligned} \alpha_1 \ddot{\phi} + I_w \ddot{\theta} &= \alpha_2 \sin(\phi) - \eta_\phi \dot{\phi} \\ I_w(\ddot{\theta} + \ddot{\phi}) &= \tau - \eta_\theta \dot{\theta} \end{aligned} \quad (11)$$

که در آن τ گشتاور محرک چرخ طیار است. همچنین ضرایب α برابر هستند با:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= m_w L_p^2 + I_p \\ \alpha_2 &= (m_p L_c + m_w L_p) g \end{aligned} \quad (12)$$

که در آن L_p, L_c به ترتیب طول مرکز جرم و طول پاندول و g شتاب گرانش زمین است. با توجه به اینکه نقطه تعادل پاندول معکوس در زاویه صفر قرار دارد، می توان معادله بالا را با خطی سازی حول آن به شکل زیر نوشت:

$$\begin{aligned} \alpha_1 \ddot{\phi} + I_w \ddot{\theta} &= \alpha_2 \phi - \eta_\phi \dot{\phi} \\ I_w(\ddot{\theta} + \ddot{\phi}) &= \tau - \eta_\theta \dot{\theta} \end{aligned} \quad (13)$$

با کمی کار ریاضی می توان مشتقات دوم را بدین شکل محاسبه کرد:

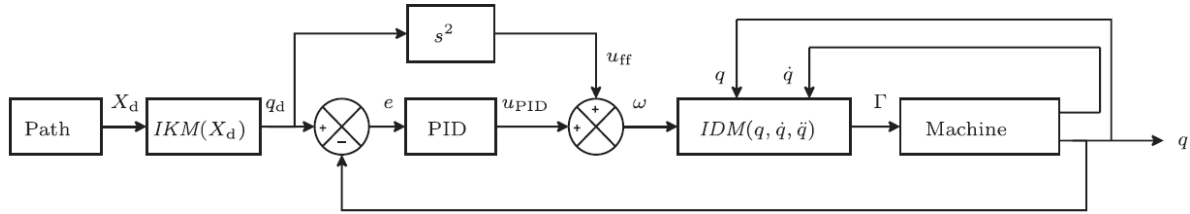
$$\begin{aligned} \ddot{\phi} &= \frac{\alpha_2}{\alpha_1 - I_w} \phi - \frac{\eta_\phi}{\alpha_1 - I_w} \dot{\phi} + \frac{\eta_\theta}{\alpha_1 - I_w} \dot{\theta} - \frac{1}{\alpha_1 - I_w} \tau \\ \ddot{\theta} &= \frac{-\alpha_2}{\alpha_1 - I_w} \phi + \frac{\eta_\phi}{\alpha_1 - I_w} \dot{\phi} - \frac{\alpha_1 \eta_\theta}{I_w(\alpha_1 - I_w)} \dot{\theta} + \frac{\alpha_1}{I_w(\alpha_1 - I_w)} \tau \end{aligned} \quad (14)$$

پس شکل فضای حالت سیستم برابر است با:

$$\begin{aligned} X &= \begin{bmatrix} \phi \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}, u = \tau, \begin{cases} \dot{X} = AX + Bu \\ y = [1 \ 0 \ 0]X \end{cases} \\ A &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{\alpha_2}{\alpha_1 - I_w} & \frac{-\eta_\phi}{\alpha_1 - I_w} & \frac{\eta_\theta}{\alpha_1 - I_w} \\ \frac{-\alpha_2}{\alpha_1 - I_w} & \frac{\eta_\phi}{\alpha_1 - I_w} & \frac{-\alpha_1 \eta_\theta}{I_w(\alpha_1 - I_w)} \end{bmatrix} \\ B &= \frac{1}{\alpha_1 - I_w} \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ \frac{\alpha_1}{I_w} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (15)$$

۳-۲- کنترل و پایدارسازی مدل طولی

شماتیک کنترل کننده CTM در فضای مفاصل در شکل ۱۰ آمده است [۱۹]:



شکل ۱۰- شماتیک کلی کنترل کننده CTM در فضای مفاصل [۱۵]

در این پژوهش از بخش PID صرف نظر شده و برای به دست آوردن \$\omega\$ از PD استفاده شد. به منظور مقاوم ساختن کنترل کننده

CTM نسبت به اغتشاش، شرایط اولیه چنین عمل می کنیم [۲۰]:

معادلات دینامیک خطا را چنین می نویسیم:

$$\begin{aligned} \dot{E} &= AE + BT_{RC} \\ E &= [e^T \quad \dot{e}^T]^T, e = \theta_1 - 0 \end{aligned} \quad (16)$$

که در آن، \$T_{RC}\$ گشتاور اعمالی توسط کنترل کننده مقاوم است. ماتریس های \$A, B\$ برابر هستند با:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k_p & -k_d \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

حال با انتخاب یک ماتریس \$Q\$ و حل معادله لیاپانوف، ماتریس \$P\$ را می یابیم:

$$\begin{aligned} A^T P + PA + Q &= 0 \\ Q &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (18)$$

که از آن می توان نوشت:

$$Z = B^T P E \quad (19)$$

با استفاده از \$Z\$ و رابطه زیر، ورودی کنترلی مقاوم تعیین می شود:

$$T_{RC} = \begin{cases} -\rho \text{sgn}(Z) & \|Z\| > \delta \\ -\frac{\rho Z}{\delta} & \|Z\| \leq \delta \end{cases} \quad (20)$$

که در آن، پارامترهای \$\rho, \delta\$ با استفاده از تعریف زیر، چنین انتخاب شد:

$$\begin{aligned} \delta: \delta &> 0 \\ \rho: \|\omega - T_{RC}\| &\leq \rho \\ \delta=0.1, \quad \rho &= 2 \end{aligned} \quad (21)$$

که از آن، ورودی دینامیک معکوس برابر خواهد بود با:

$$\begin{cases} \ddot{\theta} = \omega + T_{RC} \\ \omega = \ddot{\theta}_d - T_{PID} \end{cases} \rightarrow IDM \rightarrow T_{RCTM} \quad (22)$$

و ورودی کنترلی سیستم در حضور اغتشاش چنین است:

$$T = T_{RCTM} \quad (23)$$

۲-۴- کنترل و پایدارسازی مدل عرضی

با توجه به این واقعیت که در بسیاری از کاربردها، بهینه‌سازی یک تابع هزینه خاص مطلوب است، تنظیم بهینه برای ارائه بالاترین دقت در حالی که حداقل تلاش کنترلی مصرف می‌گردد، ترجیح داده می‌شود. LQR یکی از قوی‌ترین تنظیم‌کننده‌های بهینه‌سازی خطی است، که برای سیستم‌های دینامیکی خطی مناسب است. در اینجا، هدف یافتن حداقل تلاش کنترلی u است که توسط آن تابع هدف زیر می‌تواند به حداقل برسد:

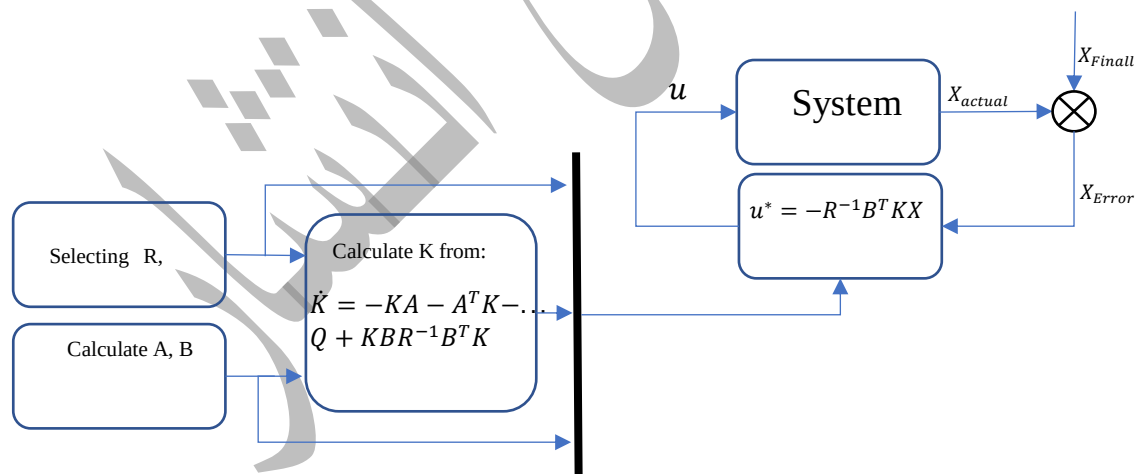
$$J(X, u, t) = \frac{1}{2} X^T(t_f) H X(t_f) + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} [X^T Q X + u^T R u] dt \quad (24)$$

در جایی که X خطای مختصات تعمیم یافته سیستم از مقدار دلخواه است، زیرنویس f نشان دهنده حالت نهایی مقادیر دلخواه است، u تلاش کنترلی است، Q ، H ماتریس‌های وزنی حالت‌های نهایی سیستم و خطای مسیر در حالت‌های سیستم بوده و R پارامتر مشابه برای تلاش کنترلی است. این مقادیر به کمک روش سعی و خطا به گونه‌ای انتخاب شده‌اند که مقادیر تابع هزینه شامل ورودی و خطا را مینیمم ساخته و در عین حال از نقض باندهای مجاز جلوگیری کند. استفاده از روش حساب تغییرات برای سیستم حلقه بسته مذکور منجر به تلاش کنترلی زیر طبق معادله ریکاتی می‌شود:

$$u^*(X) = -R^{-1} B^T K(X) X \quad (25)$$

که در آن بهره کنترلی $K(X)$ باید بسته به استراتژی کنترل بهینه انتخاب شده محاسبه شود. این بهره کنترلی را می‌توان برای رویکرد LQR با محاسبه معادله ریکاتی زیر استخراج کرد. با در نظر گرفتن موقعیت از پیش تعریف شده برای حالت‌های سیستم و تخصیص صفر برای K در این لحظه، این معادله را می‌توان به صورت معکوس (از زمان پایانی تا زمان صفر) حل کرد:

$$\dot{K} = -KA - A^T K - Q + KBR^{-1}B^T K \quad (26)$$



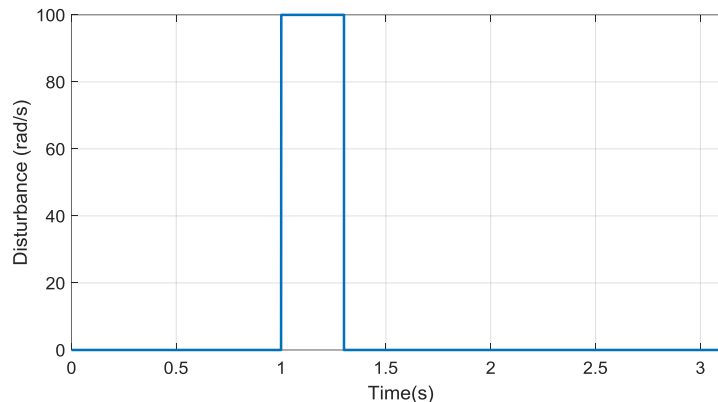
شکل ۱۱- فلوچارت کنترل بهینه سیستم با استفاده از رویکرد LQR

۳- شبیه‌سازی

شبیه‌سازی‌های مدل ریاضی استخراج شده در دو بخش طولی و عرضی و در نرم‌افزار MATLAB انجام شد. مقادیر پارامترهای استفاده شده در این بخش که در مدل‌سازی در نرم‌افزار Solidworks بدست آمده در جدول ۲ آمده است.

۳-۱- مدل طولی

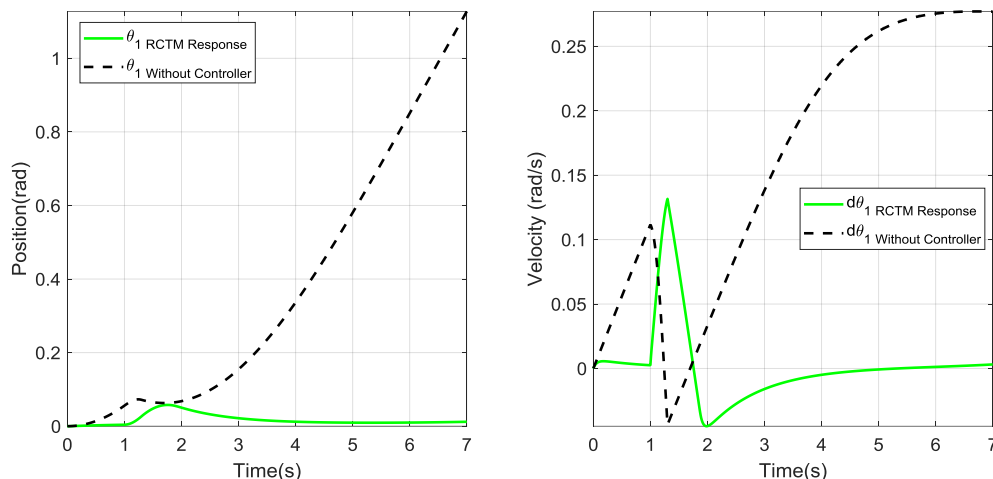
به منظور سنجش کارایی سیستم و کنترل کننده پیاده سازی شده، با در نظر گرفتن حرکت سیستم از حالت پایدار خود، در زمان شبیه سازی یک ثانیه به مدت سه دهم ثانیه موج پله 100 رادیان بر ثانیه به مولفه سرعت سیستم اعمال شد (شکل ۱۲). اغتشاش در نظر گرفته شده ناشی از قرار گرفتن چرخ جلوی ربات روی یک دست انداز است که موجب حرکت دورانی در بدنه خودرو شده و ضربه متناسبی به بازوی کنترلی وارد می آورد.



شکل ۱۲- نمایشی از موج پله ای که به عنوان اغتشاش وارد بر سیستم اعمال شده است
جدول ۲- مقادیر پارامترهای استفاده شده [۱۸]

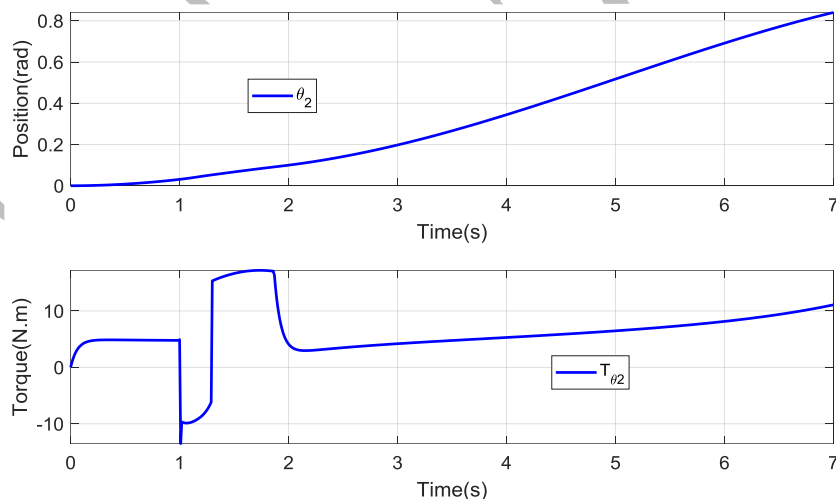
پارامتر	علامت	واحد	مقدار
جرم چرخ طیار	m_w	کیلو گرم (kg)	10
جرم پاندول	m_p	کیلو گرم (kg)	200
طول مرکز جرم	L_c	متر (m)	0.25
طول پاندول	L_p	متر (m)	0.5
جرم لینک اول	m_1	کیلو گرم (kg)	200
جرم لینک دوم	m_2	کیلو گرم (kg)	100
طول لینک اول	L_1	متر (m)	0.5
طول لینک دوم	L_2	متر (m)	1
شتاب گرانش	g	متر بر مجذور ثانیه (m/s^2)	9.8

مسیر حرکت خطی ربات نیز با اعمال یک نیروی ثابت 10 نیوتنی تامین شده است. این مسیر حرکت بصورت رگولیشن می باشد. در این مطالعه، موقعیت و سرعت خطی ربات اهمیت ندارد؛ بلکه تمرکز بر روی زاویه و سرعت زاویه ای بازوی ربات است، در حالی که هدف اصلی حفظ تعادل و پایداری ربات هنگام مواجهه با اغتشاشات است. زاویه و سرعت زاویه ای ربات در شرایط اولیه باید به صفر یا نزدیک به صفر برسد. این اغتشاش موجب به وجود آمدن یک خطای در زاویه بدنه ربات سیار شده و کنترل کننده RCTM سعی در جبران آن داشته است. نتایج حاصل از این شبیه سازی در شکل ۱۳ آمده است.



شکل ۱۳- موقعیت و سرعت های خطی و زاویه ای سیستم در حضور کنترل کننده CTM و بازوی متعادل کننده

همانطور که در شکل ۱۳ مشاهده می شود، با اعمال اغتشاش پل های به سیستم، زاویه بدنه ربات (θ_1) تمایل به انحراف از نقطه تعادل (صفر) دارد. دلیل این ناپایداری، تغییر ناگهانی مرکز جرم در اثر برخورد چرخ با دست انداز است. در این شرایط، کنترل کننده RCTM با تولید گشتاور بهینه و اعمال آن از طریق بازوی پاندول معکوس، به طور مؤثری این انحراف را جبران می کند. تجزیه و تحلیل منحنی ها نشان می دهد که در سیستم مجهز به کنترل کننده: زاویه θ_1 پس از یک فراجش اولیه جزئی (کمتر از ۰٫۱۵ رادیان)، در بازه زمانی بسیار کوتاهی (حدود ۰٫۵ ثانیه) به حالت ماندگار و نزدیک به صفر همگرا می شود. در مقابل، در سیستم فاقد کنترل کننده، زاویه θ_1 به طور پیوسته و با شیب ثابت افزایش می یابد که دلیل آن، عدم وجود گشتاور بازیابنده برای مقابله با گشتاور ناشی از اغتشاش است و در نهایت منجر به واژگونی ربات می شود. نیروی کنترلی استخراج شده توسط کنترل کننده مقاوم CTM چنین است:

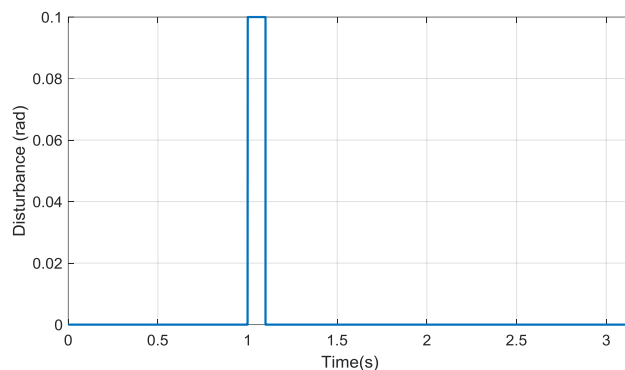


شکل ۱۴- ورودی های کنترلی اعمال شده به سیستم برای حرکت خطی طولی و به کارگیری بازوی متعادل کننده

شکل ۱۴ نیز گواهی بر عملکرد مطلوب کنترل کننده است. علت افزایش ناگهانی گشتاور کنترلر در لحظه اعمال اغتشاش، نیاز سیستم برای تولید یک عکس العمل قوی و سریع برای خنثی سازی اثر اغتشاش است. با این حال، این گشتاور به سرعت به مقدار بهینه خود بازگشته و در محدوده معقولی تثبیت می شود که دلیل آن، طراحی مقاوم کنترل کننده و در نظرگیری اغتشاش در مدل است و از اشباع عملگرها جلوگیری می کند.

۳-۲- مدل عرضی

به منظور سنجش کارایی سیستم و کنترل کننده پیاده سازی شده، با در نظر گرفتن حرکت سیستم از حالت پایدار خود، در زمان شبیه سازی یک ثانیه به مدت یک دهم ثانیه موج پله 0.1 رادیان به سیستم اعمال شد (شکل ۱۵). اغتشاش در نظر گرفته شده ناشی از قرار گرفتن چرخ جلوی ربات روی یک دست انداز است که موجب حرکت دورانی در بدنه خودرو شده و ضربه متناسبی به بازوی کنترلی وارد می آورد.



شکل ۱۵- نمایشی از موج پله ای که به عنوان اغتشاش وارد بر سیستم اعمال شده است

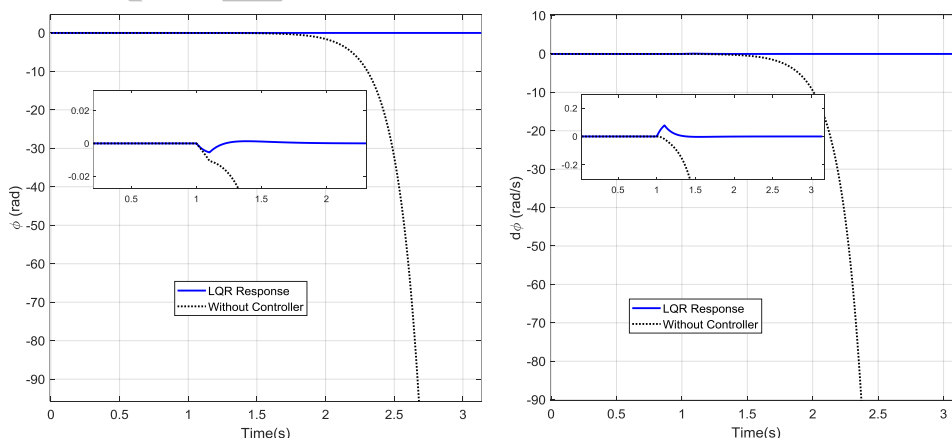
این اغتشاش موجب به وجود آمدن یک خطا در زاویه بدنه ربات سیار شده و کنترل کننده LQR سعی در جبران آن داشته است. به منظور شبیه سازی معادلات دینامیک در حضور کنترل کننده طراحی شده، پیش از همه، شرایط اولیه سیستم به شکل زیر در نظر گرفته شد:

$$[\phi_0, \dot{\phi}_0, \theta_0] = [0, 0, 0] \quad (27)$$

همچنین، ماتریس ضرایب تابع هزینه به شکل زیر انتخاب شد:

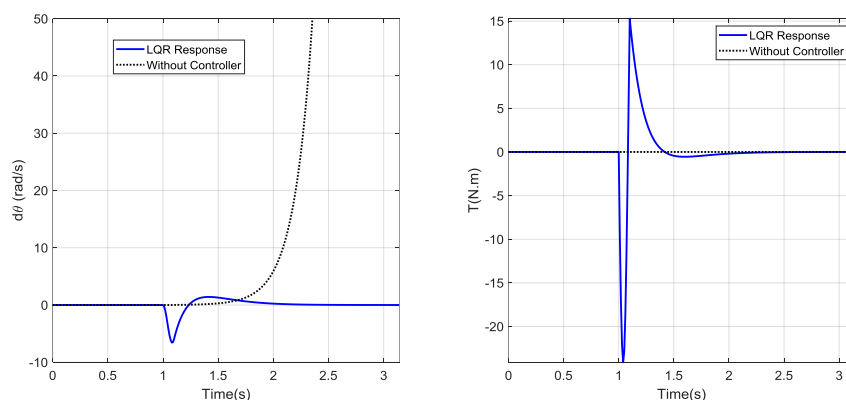
$$Q = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.001 \end{bmatrix}, R = 1, H = [0] \quad (28)$$

دلیل صفر در نظر گرفتن H آن است که عملاً در این سیستم حالت های نهایی اهمیت کمتری نسبت به کاهش ارور دارد و تا هر اندازه ای در این امر موفقیت حاصل شود امری مطلوب است. در این حالت نیز مسیر بصورت رگولیشن می باشد و باید زاویه بدنه ربات صفر باشد. نتایج حاصل از اعمال کنترل کننده به سیستم چنین است:



شکل ۱۶- موقعیت و سرعت زاویه ای سیستم در حضور و عدم حضور کنترل کننده LQR

نتایج شبیه‌سازی مدل عرضی در شکل ۱۶، کارایی بالای کنترل‌کننده LQR را نشان می‌دهد. با اعمال اغتشاش اولیه به زاویه رول (ϕ)، سیستم تحت کنترل بلافاصله واکنش نشان داده و مسیری بهینه برای بازگشت به تعادل طی می‌کند. دلیل همگرایی سریع و بدون نوسان حالت‌ها به صفر، محاسبه بهینه بهره‌های کنترل LQR با کمینه کردن تابع هزینه است که هم خطای حالت و هم تلاش کنترل را به طور همزمان در نظر می‌گیرد. در حالی که در سیستم بدون کنترل، زاویه ϕ و سرعت زاویه‌ای آن به طور نمایی واگرا می‌شوند. علت این واگرایی، ماهیت ذاتی ناپایدار پاندول معکوس است که بدون یک مکانیزم کنترلی فعال (مانند چرخ طیار) قادر به حفظ تعادل خود نیست. تلاش کنترلی اعمال شده به سیستم توسط کنترل‌کننده طراحی شده در شکل زیر آمده است:



شکل ۱۷- ورودی کنترلی گشتاور اعمال شده به سیستم برای حرکت چرخ طیار و موقعیت آن

همانطور که از شکل ۱۷ مشخص است، ورودی کنترلی در مقدار معقول و محدودی باقی مانده و به منظور هدایت سیستم، تلاش کنترلی به سرعت به مقدار بیشینه خود افزایش می‌یابد و سپس به مرور به نزدیک صفر کاهش می‌یابد. این امر مستقیماً ناشی از انتخاب ماتریس‌های وزنی مناسب (R و Q) در طراحی LQR است که باعث ایجاد توازن بین سرعت پاسخ و میزان انرژی مصرفی می‌شود. با این حال، این استراتژی کنترل با در نظر گرفتن کنترل بهینه برای یک سیستم LTI محلی طراحی شده است و بنابراین یک رویکرد زیر بهینه باقی می‌ماند.

تجزیه و تحلیل‌های فوق به وضوح نشان می‌دهد که علت اصلی موفقیت طرح پیشنهادی، یکپارچه‌سازی دو مکانیزم فعال مستقل (پاندول برای پیچ و چرخ طیار برای رول) همراه با به کارگیری کنترل‌کننده‌های بهینه و مقاوم متناسب با دینامیک غیرخطی طولی و خطی عرضی است. این ترکیب نه تنها پایداری ربات را در مواجهه با اغتشاشات شدید تضمین می‌کند، بلکه از نظر مصرف انرژی و عملکرد نیز بهینه است.

۴- بحث و مقایسه با کارهای مشابه

برای درک بهتر مزایا و جایگاه روش پیشنهادی، مقایسه‌ای کیفی با تعدادی از کارهای شاخص پیشین انجام می‌گیرد. این مقایسه بر اساس معیارهای پایداری در محیط سه‌بعدی، توانایی کنترل همزمان ناپایداری‌های مختلف و مقاومت در برابر اغتشاش صورت می‌پذیرد.

جدول ۳- مقایسه کیفی با تعدادی از کارهای شاخص پیشین

مدل / پژوهش	نوع سیستم	ابعاد تحت کنترل	نقاط قوت	محدودیت‌ها در مقایسه با روش پیشنهادی
اسپانگ و همکاران [۲] (پاندول چرخشی)	پاندول پایه	تک بعدی (فقط پیچ)	-مدل ساده و قابل تحلیل -پایه‌ای برای مطالعات بعدی	-عدم توانایی در کنترل ناپایداری رول -طراحی برای محیط ایستا یا دوبعدی
گریزر و همکاران [۴] (مدل جو)	پاندول معکوس دوچرخ	تک بعدی (فقط پیچ)	-پایداری دینامیکی در حرکت -مدل شناخته شده و پرکاربرد	-فاقد مکانیزم فعال برای کنترل رول -آسیب‌پذیری بالاتر در زمین‌های ناهموار
تیرمنت و همکاران [۳]	وسیله نقلیه دوچرخ	تک بعدی (فقط پیچ)	-کاربردی برای حمل و نقل شهری -بررسی کنترل‌کننده‌های فازی	-تمرکز بر پایداری پیچ و سرعت، بدون در نظرگیری رول فعال -پیچیدگی کنترل فازی بدون جبران‌گر مکانیکی
روش پیشنهادی (این مقاله)	ربات چهارچرخ با پاندول و چرخ طیار	دو بعدی (پیچ و رول)	-کنترل فعال و همزمان هر دو محور ناپایداری -پایداری برتر در محیط‌های ناهموار سه‌بعدی -ایجاد گشتاور بازبانده مستقل از چرخ‌های محرک -تلفیق کنترل‌کننده‌های بهینه و مقاوم	-افزایش پیچیدگی مکانیکی و نیاز به عملگرهای اضافی

همانطور که از جدول فوق برمی‌آید، عمده مدل‌های پیشین مانند اسپانگ و جو، بر کنترل پایداری در یک بعد (معمولاً محور پیچ) متمرکز بوده‌اند. این مدل‌ها در محیط‌های هموار یا شبه-دوبعدی عملکرد مناسبی دارند. با این حال، محدودیت اصلی آن‌ها در مواجهه با محیط‌های ناهموار سه‌بعدی واقعی، عدم وجود یک مکانیزم فعال و مستقل برای کنترل ناپایداری رول است. در چنین محیط‌هایی، این سیستم‌ها به سرعت تعادل خود را از دست داده و مستعد واژگونی هستند.

مزیت کلیدی و نوآوری روش پیشنهادی این مقاله، عبور از این محدودیت با معرفی یک سامانه دو-عملگری است. در این طرح:

پاندول معکوس به‌طور تخصصی مسئول کنترل گشتاور حول محور پیچ است.

چرخ طیار به‌طور تخصصی مسئول کنترل گشتاور حول محور رول است.

این تفکیک وظایف و فعال بودن هر دو مکانیزم باعث می‌شود ربات بتواند به‌طور همزمان با ناهمواری‌هایی که باعث ایجاد ناپایداری در هر دو محور می‌شوند، مقابله کند. نتایج شبیه‌سازی که نشان می‌دهد سیستم تحت اغتشاشات شدید در هر دو محور به سرعت به تعادل بازمی‌گردد، گواه عینی بر حل این محدودیت اساسی در مدل‌های تک‌بعدی گذشته است. بنابراین، اگرچه مدل پیشنهادی از نظر مکانیکی پیچیده‌تر است، اما در عوض حوزه پایداری عملیاتی ربات را از محیط‌های دوبعدی به محیط‌های سه‌بعدی ناهموار گسترش می‌دهد.

۵- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، به کنترل زوایای پیچ و رول در یک وسیله نقلیه پرداخته شد. همانطور که دیده شد به کمک افزودن مکانیزم‌های کمکی به همراه عملگر کنترل شده پایداری طولی و جانبی ربات را تامین کرد. زاویه پیچ به وسیله یک موتور متصل به پاندول معکوس و زاویه رول با استفاده از یک موتور متصل به یک چرخ طیار کنترل گردید. در این راه، از روش‌های کنترلی گشتاور محاسبه شده و LQR

استفاده شد. در پایداری محور پیچ ملاحظه شد که در حضور یک انحراف اولیه، کنترل کننده با افزایش زاویه بازو به کاهش زاویه بدنه ربات سیار پرداخته و این زاویه را همواره در مقداری نزدیک به صفر حفظ نموده است. در پایداری محور رول نیز، حالت های سیستم از خطا در مقدار اولیه به صفر کاهش یافته و کنترل کننده و مکانیزم های طراحی شده به خوبی از عهده پایداری ربات سیار در مواجهه با ناپایداری های طولی و عرضی در محیط ناهموار سه بعدی برآمده اند. برای کنترل مدل طولی، همان طور که مشاهده شد، در حضور کنترل کننده، زاویه و سرعت زاویه ای به طور قابل ملاحظه ای بهتر کنترل شده اند و سیستم به تعادل رسیده است. اما بدون کنترل کننده، سیستم واگرا شده و زاویه بدنه به سمت مقادیر بسیار بزرگ و در نهایت، به سمت بی نهایت حرکت می کند. همچنین، سرعت زاویه ای نیز بدون کنترل کننده دچار نوسانات شدید شده و به سمت بی نهایت میل می کند که نشان دهنده ناپایداری سیستم است. برای کنترل مدل عرضی، همان طور که مشاهده شد، در حضور کنترل کننده، زاویه و سرعت زاویه ای به طور چشمگیری به سمت مقدار مطلوب نزدیک می شوند. زاویه بدنه به سرعت به مقدار ثابت خود می رسد و نوسانات زیادی را نشان نمی دهد. اما در حالت بدون کنترل کننده، سیستم واگرا شده و زاویه بدنه و سرعت زاویه ای به سمت مقادیر بسیار بزرگ حرکت می کنند. این امر نشان دهنده ناپایداری سیستم در مدل عرضی است و عدم توانایی در حفظ تعادل را به وضوح نمایان می سازد. می توان نتیجه گرفت که مکانیزم ها و عملگرهای کمکی پیشنهادی به کمک روش کنترلی طراحی شده پایداری دینامیکی ربات سیار را در ناهمواری ها و اغتشاشات جاده ای به نحو مطلوبی تامین می کنند.

۶- فهرست علائم

علائم انگلیسی

m	جرم، Kg
V	سرعت خطی، m/s
G	شتاب گرانشی زمین، m/s^2
M	ماتریس اینرسی
C	ماتریس کوریولیس
G	ماتریس گرانشی
I_w	ممان اینرسی چرخ طیار، $Kg.m^2$
m_w	جرم چرخ طیار، Kg
I_p	ممان اینرسی پاندول معکوس، $Kg.m^2$
m_p	جرم پاندول معکوس، Kg
L_c	طول مرکز جرم، m
L_p	طول پاندول، m
T_{RC}	گشتاور اعمالی توسط کنترل مقاوم
K	بهره کنترلی
Q	ماتریس وزنی
H	ماتریس وزنی

علائم یونانی

ϕ	زاویه دوران پاندول معکوس، rad
$\dot{\phi}$	سرعت زاویه ای پاندول معکوس، rad/s
α_1, α_2	ضرایب دینامیکی معادلات حرکت پاندول معکوس

θ	زاویه دوران چرخ طیار، rad
$\dot{\theta}$	سرعت زاویه‌ای چرخ طیار، rad/s
τ	گشتاور محرک چرخ طیار، $N.m$
ω	سرعت دورانی، $rad.s^{-1}$
η	میرایی اصطکاکی، $N.m.s/rad$

زیرنویس

w	چرخ طیار
C	مرکز
p	پاندول
RC	کنترل کننده مقاوم
f	حالت نهایی

۷- واژه نامه

Mobility	قابلیت جابجایی
Reaction Wheel Pendulum	پاندول چرخشی
Pasivity Based	مبتنی بر غیرفعال
fuzzy	فازی
JOE model	مدل جو
Partial Feedback Linearization	خطی سازی جزئی بازخورد
Yaw and Pitch	یاو و پیچ
Flywheel	چرخ طیار
Denavit–Hartenberg frame	دستگاه‌های دناویت هارتنبرگ
Homogeneous transformations	ماتریس انتقال همگن
Riccati	ریکاتی
Regulation	رگولیشن

۷- منابع و مراجع

- [1] C. Zhang, C. Cen, and J. Huang, "An Overview of Model-Free Adaptive Control for the Wheeled Mobile Robot," *World Electric Vehicle Journal*, vol. 15, no. 9, p. 396, 2024.
- [۲] M. W. Spong, P. Corke, and R. Lozano, "Nonlinear control of the reaction wheel pendulum," *Automatica*, vol. 37, no. 11, pp. 1845-1851, 2001.
- [۳] H. Tirmant, M. Baloh, L. Vermeiren, T. Guerra, and M. Parent, "B2, an alternative two wheeled vehicle for an automated urban transportation system," in *Intelligent Vehicle Symposium, 2002*. IEEE, 2002, vol. 2: IEEE, pp. 594-603.
- [۴] F. Grasser, A. D'arrigo, S. Colombi, and A. C. Rufer, "JOE: a mobile, inverted pendulum," *IEEE Transactions on industrial electronics*, vol. 49, no. 1, pp. 107-114, 2002.
- [۵] Y. Kim, S. H. Kim, and Y. K. Kwak, "Dynamic analysis of a nonholonomic two-wheeled inverted pendulum robot," *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, vol. 44, pp. 25-46, 2005.
- [۶] A. Zare, S. Balochian, M. R. Arvan, and H. Balochian, "A new optimal control approach for double inverted pendulum on cart (DIPC)," in *2009 2nd International Conference on Computer, Control and Communication*, 2009: IEEE, pp. 1-6.

- [۷] K. D. Do and G. Seet, "Motion control of a two-wheeled mobile vehicle with an inverted pendulum," *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, vol. 60, pp. 577-605, 2010.
- [۸] ع.م. شافعی, "مدلسازی و شبیه‌سازی نیروهای تماسی و اصطکاکی در بازوهای رباتیکی and ا. یوسف زاده کوهبنانی, vol. 36, no. 4, pp. 111-138, 2024, doi: 10.22067/jacsm.20.۲۴,۸۸۰۰۷,۱۲۵۶
- [۹] آ. مردانی, "ساختاری جدید از ربات سیار چرخدار چندحالت‌ه با کنترل ارتفاع در سطوح ناهموار," علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک, vol. 27, no. 1, pp. 173-184, 2016, doi: 10.22067/fum-mech.v27i1.34471.
- [۱۰] ح. کریم پور, "کنترل غیرخطی حرکت یک ربات کروی بر روی سطح شیب‌دار مبتنی بر and م. عالی پور, ع. مختاریان, vol. 31, no. 2, pp. 91-104, 2020, doi: 10.22067/fum-mech.v31i2.74433.
- [۱۱] با S-(RPSP) ج. انفرادی, "بالانس دینامیکی کامل نیرویی یک روبات موازی کروی جدید با ساختار ۳ and م. حیدری, vol. 29, no. 2, pp. 145-156, 2018, doi: 10.22067/fum-mech.v29i2.60400.
- [۱۲] M. Szeremeta and M. Szuster, "Neural tracking control of a four-wheeled mobile robot with mecanum wheels," *Applied Sciences*, vol. 12, no. 11, p. 5322, 2022.
- [۱۳] M. Olivares and P. Albertos, "Linear control of the flywheel inverted pendulum," *ISA transactions*, vol. 53, no. 5, pp. 1396-1403, 2014.
- [۱۴] H. Jin, D. Yang, Z. Liu, X. Zang, G. Li, and Y. Zhu, "A gyroscope-based inverted pendulum with application to posture stabilization of bicycle vehicle," in *2015 IEEE international conference on robotics and biomimetics (ROBIO)*, 2015: IEEE, pp. 210-213.
- [۱۵] A. Diouf, B. Belzile, M. Saad, and D. St-Onge, "Spherical rolling robots—Design, modeling, and control: A systematic literature review," *Robotics and Autonomous Systems*, p. 104657, 2024.
- [۱۶] H.-J. Lee and S. Jung, "Control of a mobile inverted pendulum robot system," in *2008 International Conference on Control, Automation and Systems*, 2008: IEEE, pp. 217-222.
- [۱۷] S. E. Kara, "Control of two wheel self stabilizing mobile robot with a simple arm," *A Master's Thesis, Mechatronic Engineering Atılım University, Ankara, Türkiye*, 2014.
- [۱۸] H. Gritli, N. Khraief, A. Chemori, and S. Belghith, "Self-generated limit cycle tracking of the underactuated inertia wheel inverted pendulum under IDA-PBC," *Nonlinear Dynamics*, vol. 89, pp. 2195-2226, 2017.
- [۱۹] F. Paccot, N. Andreff, and P. Martinet, "A review on the dynamic control of parallel kinematic machines: Theory and experiments," *The International Journal of Robotics Research*, vol. 28, no. 3, pp. 395-416, 2009.
- [۲۰] M. Yazdanpanah, A. Nateghi, and H. Zare, "Active Control of Shimmy Vibration in Aircraft Nose Landing Gear using Fuzzy and NARMA-L2 Controllers," *International Journal of Advanced Design & Manufacturing Technology*, vol. 16, no. 2, 2023.

Dynamic Modeling and Stability Control of a Mobile Robot in a 3D Uneven Terrain

Sheykhi Kish Khale¹, Tourajizadeh²

¹ M.S, Mech. Eng., University of Guilan, Guilan, Iran

² Assoc. Prof., Mech. Eng. Department, Faculty of Eng., Kharazmi Univ., Tehran, Iran
(Corresponding Author)

Abstract

Stability control of mobile robots in three-dimensional uneven terrains is of great importance due to the risk of rollover caused by increased lateral angles. This paper presents the design and modeling of a four-wheeled mobile robot equipped with auxiliary mechanisms to improve longitudinal and lateral stability. The proposed solution is based on incorporating two actuators for active control of pitch and roll angles; where the pitch angle is controlled by a motor connected to an inverted pendulum, and the roll angle is controlled using a motor linked to a flywheel. For stability control, the Robust Computed Torque Method (RCTM) is applied to the longitudinal model, while the Linear Quadratic Regulator (LQR) is used for the lateral model. Simulations performed in the MATLAB environment confirm the high efficiency and accuracy of the control method and the implemented mechanisms in maintaining the robot's stability under uneven conditions.

Keywords: Stability Control; Four-Wheeled Mobile Robot; Mechanism Design; Optimal LQR Control; Uneven Terrain.
