

مطالعه و شبیه‌سازی اجزا محدود پدیده دوپایایی در پوسته‌های استوانه‌ای کامپوزیتی چندلایه تقویت شده با الیاف

هادی گورابی¹، شهرام هادیان^{2*}

1- پژوهشگاه مواد و انرژی، اصفهان، ایران

2- دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه اصفهان، ایران

* اصفهان، صندوق پستی 16846-13114، shadian@eng.ui.ac.ir

چکیده: مقاله حاضر به بررسی پدیده دوپایایی در پوسته‌های استوانه‌ای شکل کامپوزیتی چندلایه تقویت شده با الیاف می‌پردازد. علت اصلی پدیده دوپایایی در این سازه‌ها چینش نامتقارن و زاویه قرارگیری الیاف در این لایه‌ها است. ابتدا روابط سینماتیک و معادلات ساختاری ارائه داده می‌شوند. سپس ترتیب چینش نامتقارن لایه‌ها که منجر به استقلال پیچش و خمش می‌شوند توضیح داده می‌شود. وجود وضعیت پایدار دوم در سازه‌های دوپایا با توجه به وجود یک کمینه‌ی موضعی انرژی کرنشی در آن‌ها مورد بررسی قرار می‌گیرد، به طوری که سازه در نقطه‌ی کمینه‌ی انرژی کرنشی باقی‌مانده و به وضعیت پایدار اولیه خود باز نمی‌گردد. به همین منظور روابطی برای تعیین انرژی کرنشی کل پوسته ارائه می‌گردد و کمینه‌ی موضعی آن مشخص می‌شود. همچنین هندسه و شکل پوسته در وضعیت پایدار دوم از روی نمودارهای انرژی کرنشی تعیین می‌گردد. در ادامه شبیه‌سازی اجزای محدود ارائه می‌شود. نتایج حاصل از شبیه‌سازی تطابق خوبی را با نتایج حاصل از روابط تئوری و نمودارهای انرژی کرنشی نشان می‌دهد. از جمله نوآوری‌های این مقاله می‌توان به ارائه‌ی یک رابطه تحلیلی برای محاسبه انرژی کرنشی پوسته بر پایه‌ی تئوری کلاسیک چندلایه‌ها و با در نظر گرفتن شرط انحنای گوسی صفر اشاره کرد.

کلمات کلیدی: کامپوزیت‌های چندلایه تقویت‌شده با الیاف، پوسته‌های استوانه‌ای، چینش لایه‌ای نامتقارن، دوپایایی، انرژی کرنشی

Study and Finite Element Simulation of the Bi-stability Phenomenon in Cylindrical Fiber-Reinforced Laminated Composites

Hadi Gourabi¹, Shahram Hadian^{2*},

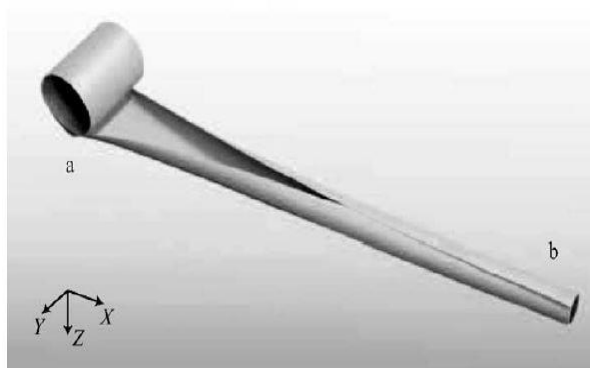
1- Institute of Materials and Energy, Isfahan, Iran.

2- Faculty of Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran

* P.O.B. 16846-13114, Isfahan, Iran, shadian@eng.ui.ac.ir

Abstract: This study aims to investigate the Bi-Stability phenomenon in cylindrical fiber reinforced laminated composite shells. The origin of Bi-Stability behavior could be found in particular anti-symmetric layup sequence and fibers orientation. First, the kinematic and constitutive equations are derived, based on Classical Laminate Plate Theory (CLPT). Afterwards, the layup sequence and the way it leads to bending and twisting decoupling would be described. The Bi-stability will be explained due to existence of one local minimum of strain energy, which indicates the second stable state of the plate. Analytical equations are introduced in order to calculate the cylindrical shell's total strain energy under pure bending and the second stable state geometry and characteristics are derived from the strain energy plots and the local strain energy minimum position, which is depicted in the plots. Furthermore, a finite element simulation will be performed in order to verify the presented theory to explain Bi-Stability phenomenon.

Keywords: Fiber reinforced laminated composites, Cylindrical shell, Antisymmetric layup sequence, Bi-stability, Strain energy

شکل ۱ بوم از نوع نواری فنری^۵

مقایسه‌ی آن‌ها با انواع فلزی را به انجام رساندند [۱۱]. به مرور ویژگی‌هایی مانند اصطکاک برای دقت بیشتر به شبیه‌سازی‌های انجام شده اضافه شد [۱۲]. [۱۳]، [۱۴]، [۱۵]. امروزه بوم‌های دوپایا عمدتاً از کامپوزیت‌های چندلایه با ماتریس پلیمری و فیبرهای شیشه‌ای و کربنی ساخته می‌شوند [۱۰]، [۱۶]. به علت وجود متغیرهای زیادی که بر خواص مکانیکی پوسته‌ها، مخصوصاً انواع کامپوزیتی آن، تاثیر گذار است، تحقیقاتی گسترده‌ای بر روی بهینه‌سازی آن‌ها با هدف بهبود مشخصات مکانیکی صورت گرفته است [۱۷]، [۱۸]. مورفی و همکاران با هدف گسترش کاربرد بوم‌های دوپایا در صنعت هوافضا، استفاده از بوم‌های دوپایا را به‌عنوان مکانیزم گسترشی برای آنتن‌ها معرفی کرده و موفق به ساخت نمونه‌ای از آن شدند [۱۹]. یانگ و همکاران اقدام به بهینه‌سازی چندهدفه‌ی بوم‌های کامپوزیتی با مقطع C-شکل با بیشینه بودن گشتاور گسترش و کمینه بودن جرم کردند [۲۰]. ملیکراچی همچنین اثرات میکرو مکانیک را در تحلیل‌ها برای کامپوزیت‌های تقویت شده با الیاف از پیش‌تئیده^۶ لحاظ کرد [۲۱]. ارزیابی و تحلیل‌های دینامیک اولیه فرآیند رول شدن و گسترش بوم‌های کامپوزیتی نیز توسط ملیکراچی پلگرنو انجام شد [۲۲].

مقاله‌ی حاضر به بررسی پدیده دوپایایی در پوسته‌های استوانه‌ای می‌پردازد، ابتدا روابط سینماتیکی و معادلات حاکم بر پایه‌ی تئوری کلاسیک چندلایه‌ها، بیان می‌شود و ماتریسی که ارتباط بین کرنش و انحنا با نیروها و ممان‌ها را بیان می‌کند، استخراج می‌گردد. همچنین ترتیب به‌خصوص چینش لایه‌ها و ارتباط آن با استقلال خمش و پیچش در پوسته بررسی می‌شود. روابط مرتبط برای محاسبه‌ی انرژی کرنشی پوسته پس از تغییرشکل ارائه شده و کمینه‌ی موضعی انرژی کرنشی که بیانگر وضعیت پایدار دوم است از روی نمودارهای انرژی کرنشی مشخص می‌گردد. در ادامه پدیده دوپایایی توسط انجام یک شبیه‌سازی اجزای محدود بررسی و تایید می‌شود و نتایج آن با محاسبات تئوری مقایسه می‌شود. از جمله نوآوری‌های این مقاله می‌توان به ارائه‌ی یک رابطه تحلیلی برای محاسبه انرژی کرنشی پوسته بر پایه‌ی تئوری کلاسیک چندلایه‌ها و با در نظر گرفتن شرط انحنا گوسی صفر اشاره کرد.

۲- تئوری و معادلات حاکم

در این مقاله هدف بررسی چندلایه‌هایی است که هر لایه‌ی آن با الیافی که به‌صورت موازی و تک‌جهته در کنار یکدیگر قرار دارند تقویت شده، است. برای بررسی این موضوع از تئوری تک‌لایه‌ی معادل برای صفحات کامپوزیت^۷ بهره

کامپوزیت‌های چندلایه‌ی تقویت شده با الیاف به علت وجود عواملی مانند جنس الیاف و ماتریس، زاویه‌ی قرارگیری الیاف و ترتیب چینش لایه‌ها، از انعطاف‌پذیری زیادی در طراحی برخوردار بوده و مورد توجه محققان در کاربردهای متفاوت از جمله در ورق‌ها، تیرها و پوسته‌ها بوده‌اند [۱]، [۲].

سازه‌های دوپایا یکی از انواع کامپوزیتها هستند که به خاطر خاصیت دوپایایی‌شان کاربردهای خاص دارند. سازه‌های دوپایا، به سازه‌هایی گفته می‌شود که دو حالت پایداری برای آن‌ها وجود دارد و معمولاً این پدیده برای سازه‌هایی امکان‌پذیر است که از مواد ناهمسانگرد ساخته شده باشند. پدیده‌ی دوپایایی در پوسته‌های کامپوزیتی با مقطع استوانه‌ای برای اولین بار در سال ۱۹۹۶ توسط دیتون لاوت در آزمایشگاه رولا-تیوب^۱ دانشگاه کمبریج معرفی شد [۳]. لاوت با استفاده از چینش نامتقارن لایه‌های تقویت‌شده با الیاف با ترتیبی خاص، نوعی از این پوسته‌ها را ابداع کرد که بر خلاف انواع قبلی که تنها یک وضعیت پایدار داشتند، دارای دو حالت پایدار در وضعیت اولیه و رول شده بود. در ادامه اقبال و پلگرنو با ارائه تخمین‌هایی برای انرژی کرنشی، مدل‌های تحلیلی را برای توضیح پدیده‌ی دوپایایی در پوسته‌های کامپوزیتی استوانه‌ای ارائه کردند [۴]. به‌علت پیچیدگی‌های موجود برای توجیه کامل دوپایایی توسط روابط تحلیلی، گست و پلگرنو از حل عددی و نرم‌افزارهای اجزای محدود به این منظور استفاده کردند [۵]. مورفی و پلگرنو علاوه بر مباحث دوپایایی تحقیقاتی به‌منظور طراحی پوسته‌هایی با پایداری در تمامی وضعیت‌ها انجام دادند، به شکلی که پوسته دارای بی‌نهایت وضعیت پایدار است که با نام پایداری خنثی^۲ شناخته می‌شود [۶].

طراحی سازه‌های انعطاف‌پذیری که توان سازگاری و تطبیق خود با محیط را داشته باشند، امروزه در بسیاری از پژوهش‌ها مورد توجه قرار گرفته است [۷]. یکی از مهم‌ترین مشخصه‌های پوسته‌های کامپوزیت با چینش نامتقارن لایه‌ها، قابلیت تغییر شکل‌های برون صفحه‌ای بزرگ در سازه است، به شکلی که در بعضی مواقع میزان آن به بیش از ۱۰۰ برابر ضخامت پوسته می‌رسد؛ بنابراین این نوع سازه‌ها می‌توانند دارای وضعیت پایدار دومی بسیار متفاوت نسبت به وضعیت اولیه خود باشند که همین مسئله باعث انعطاف‌پذیری بسیار در طراحی آن‌ها می‌شود [۸]. بر خلاف انواع فلزی که تنها دارای یک حالت اولیه پایدار هستند، این پوسته‌های کامپوزیتی دارای دو وضعیت پایدار یکی در حالت گسترده اولیه و دیگری در حالت رول شده و تحت تنش هستند. از جمله مهم‌ترین کاربردهای پدیده دوپایایی می‌توان به استفاده از آن در سازه‌های گسترش‌پذیر و مورف اشاره کرد، سازه‌هایی که طراحی و کاربرد آن‌ها بر پایه داشتن بیش از یک حالت پایدار است. به علت پایداری در دو وضعیت متفاوت، این سازه‌ها نیازی به قید و نگهدارنده برای باقی ماندن در وضعیت دوم خود ندارند [۹].

پوسته‌های دوپایایی که مقطع آن‌ها به شکل قطاعی از دایره است و حالت استوانه‌ای شکل دارند پتانسیل بسیاری برای استفاده در سازه‌های گسترش‌پذیر^۳ به خصوص به‌عنوان محور و تیرک‌های قابل گسترش دارند [۱۰]. این نوع محور و تیرک‌های قابل گسترش معمولاً با نام بوم^۴ شناخته می‌شوند، نمونه‌ای از این بوم‌ها در شکل ۱ نشان داده شده است. تحلیل‌های مختلفی بر روی این سازه‌های دوپایا انجام شده است. شهریاری فرد و همکاران تحلیل

⁵ Slit-Tube/Tape-Spring

⁶ Woven Composite

⁷ ESL: Equivalent Single Layers Theories

¹ Rolla-Tube Lab.

² Neutral Stability

³ Deployable Structures

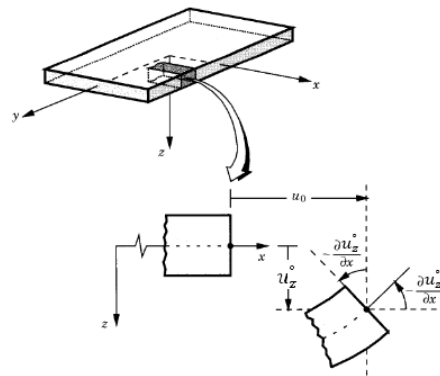
⁴ Boom

گرفته می‌شود که شامل تئوری کلاسیک ورق‌های چندلایه و تئوری تغییرشکل برشی مرتبه اول برای ورق‌های کامپوزیتی چندلایه^۱ است.

۱-۲- فرضیات سینماتیک

بر اساس تئوری کلاسیک ورق‌های چندلایه که بر پایه‌ی جابه‌جایی توسعه یافته است، میدان جابه‌جایی مطابق رابطه (۱) تعریف می‌گردد. که در آن بالانویس (°) به معنی تعلق به صفحه‌ی میانی و z بیانگر فاصله از صفحه‌ی میانی است. u_x ، u_y و u_z جابه‌جایی در راستای محورهای اصلی دستگاه مرجع ورق هستند [۲۴]، شکل ۲.

$$\begin{aligned} u_z &= u_z^\circ(x, y) \\ u_x &= u_x^\circ(x, y) - z \frac{\partial u_z^\circ}{\partial x} \\ u_y &= u_y^\circ(x, y) - z \frac{\partial u_z^\circ}{\partial y} \end{aligned} \quad (1)$$



شکل ۲ دستگاه مختصات مورد استفاده برای میدان جابه‌جایی رابطه (۱)

رابطه‌ی خطی بین کرنش و جابه‌جایی مطابق با رابطه‌ی (۲) تعریف می‌شود.

$$\begin{aligned} \epsilon_{xx} &= \frac{\partial u_x}{\partial x} \\ \epsilon_{yy} &= \frac{\partial u_y}{\partial y} \\ \epsilon_{xy} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (2)$$

۲-۲- معادلات ساختاری

به صورت کلی ارتباط بین تنش و کرنش مطابق با شکل تعمیم‌یافته‌ی قانون هوک و به شکل ماتریسی مطابق با رابطه (۳) نوشته می‌شود که در آن σ و ϵ به ترتیب بیانگر تنش و کرنش هستند و ماتریس C با عنوان تانسور سفتی شناخته می‌شود.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{15} & C_{16} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{15} & C_{16} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{15} & C_{16} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{15} & C_{16} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{15} & C_{16} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \epsilon_4 \\ \epsilon_5 \\ \epsilon_6 \end{Bmatrix} \quad (3)$$

ارتباط بین تنش و کرنش در یک تک‌لایه از یک چندلایه‌ی کامپوزیتی با اعمال کردن شرط تنش صفحه‌ای در دستگاه چندلایه به شکل رابطه‌ی (۴) نوشته می‌شود که $[\bar{Q}]$ ماتریس سختی کاهش‌یافته لایه در دستگاه ورق کامپوزیتی است.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{xy} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

تا این مرحله معادلات ساختاری حاکم بر یک تک لایه در دستگاه ورق به دست آمد که بیانگر رابطه تنش و کرنش در لایه است. در ادامه معادلات حاکم بر ورق چندلایه کامپوزیتی بیان خواهد شد. رابطه‌ی (۵) ارتباط بین تنش‌های ورق کامپوزیتی را با نیروها و ممان‌ها بیان می‌کند. M بیانگر ممان‌ها، N نیروها، ϵ° کرنش صفحه میانی و k انحناى ورق می‌باشد.

$$\begin{aligned} \{N\} &= [A] \{\epsilon^\circ\} + [B] \{k\} \\ \{M\} &= [B] \{\epsilon^\circ\} + [D] \{k\} \end{aligned} \quad (5)$$

که در آن ماتریس‌های A ، B و D مطابق با رابطه (۶) تعیین می‌شوند.

$$\begin{aligned} [A] &= \sum_{i=2}^n [\bar{Q}_i] (z_i - z_{i-1}) \\ [B] &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n [\bar{Q}_i] (z_i^2 - z_{i-1}^2) \\ [D] &= \frac{1}{3} \sum_{i=1}^n [\bar{Q}_i] (z_i^3 - z_{i-1}^3) \end{aligned} \quad (6)$$

رابطه (۵) که بیانگر ارتباط بین نیرو و ممان با کرنش و انحنا است را می‌توان به شکل ماتریسی مطابق با رابطه‌ی (۷) بیان کرد. k_x و k_y به ترتیب انحناى پوسته در جهت x و y بوده و انحناى بیانگر پیش‌فرض صفحه می‌باشد.

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ A_{12} & A_{22} & A_{23} & B_{12} & B_{22} & B_{23} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} & B_{13} & B_{23} & B_{33} \\ B_{11} & B_{12} & B_{13} & D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ B_{12} & B_{22} & B_{23} & D_{12} & D_{22} & D_{23} \\ B_{13} & B_{23} & B_{33} & D_{13} & D_{23} & D_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_{xy} \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} \quad (7)$$

برای راحتی ماتریس بلوکی فوق، ماتریس ABD مطابق با نام بلوک‌های تشکیل دهنده آن نام‌گذاری می‌شود.

۳-۲- نقش بلوک‌های ماتریس ABD

در ارتباط با نقش بلوک‌های ماتریس ABD می‌توان موارد زیر را بیان کرد:

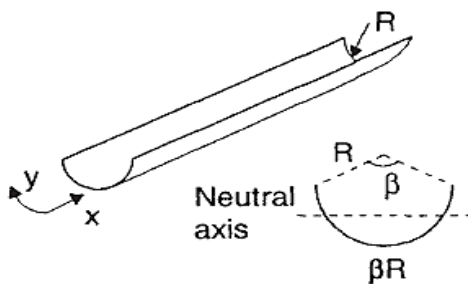
- ۱- ماتریس سختی A مستقل از ترتیب چیدمان لایه‌ها است.
- ۲- مقادیر غیر صفر A_{13} و A_{23} بیانگر یک رابطه محوری-برشی است، به این معنی که اعمال بار محوری منجر به وجود آمدن کرنش محوری و همچنین برشی می‌شود که در مواد همسانگرد ممکن نیست.
- ۳- بلوک‌های ماتریس B بیانگر وجود ارتباط بین انحناى ناشی از خمش و پیش‌فرض با بارهای محوری و جانبی (برشی-عرضی) است. عموماً سعی بر این است که ماتریس B نزدیک به صفر اختیار شود که در ماتریس‌های متقارن این مطلب رخ می‌دهد.
- ۴- مقدار بلوک D به شدت به چیدمان لایه‌ها وابسته بوده و غیر صفر بودن مقادیر D_{13} و D_{23} بیان‌کننده وجود ارتباط بین خمش و پیش‌فرض است.

۴-۲- ارتباط خمش و پیش‌فرض در ورق‌های کامپوزیتی

در یک ورق کامپوزیتی با چینش متقارن لایه‌ها، خمش و پیش‌فرض تنها در حالی می‌توانند مستقل از هم باشند که لایه‌های تنها با زاویه‌ی 0° و 90° در آن‌ها استفاده شود، در غیر این صورت اعمال ممان خمشی بر ورق منجر به پیش‌فرض آن نیز خواهد شد؛ این مسئله در شکل ۳ نشان داده شده است. این در حالی است که امکان مجزا کردن خمش و پیش‌فرض در ورق‌های کامپوزیتی نامتقارن فراهم است، به این شکل که مقابل هر لایه با زاویه‌ی θ در بالای صفحه میانی، یک لایه با زاویه‌ی $-\theta$ ، با فاصله برابر در طرف دیگر صفحه میانی قرار داشته

باشد. با چینش نامتقارن لایه‌ها مطابق توضیح ارائه شده مقادیر درایه‌های D_{13} و D_{23} برابر با صفر می‌شود که این به معنی استقلال خمش از پیچش است. اهمیت استقلال خمش از پیچش در کار حاضر در این مطلب است که پدیده‌ی دوپایایی در ورق تحت خمش مورد بررسی قرار می‌گیرد. و در محاسبات انرژی کرنشی، انرژی کرنشی ناشی از پیچش لحاظ نمی‌شود. به همین علت لازم است که پیچشی در ورق تحت خمش رخ ندهد. همچنین استقلال خمش از پیچش در یک پوسته استوانه‌ای به این معنی است که جهت‌های انحناهای اصلی^۱ در جهت طولی و عرضی پوسته قبل از بارگذاری تحت خمش، به علت نبود پیچش، تغییری نخواهند کرد و بر همان جهت‌های قبلی باقی خواهند ماند، در صورتی که یک چینش متقارن لایه‌ها منجر به فرم مارپیچ در وضعیت دوم خواهد شد.

به‌صورت معمول پوسته استوانه‌ای در وضعیت گسترده خود و بدون بارگذاری دارای انرژی کرنشی صفر و در وضعیت پایدار اول خود قرار دارد. با اعمال بار و تغییر وضعیت پوسته از وضعیت اولیه، به‌صورت پوسته تحت تنش قرار گرفته و میزان انرژی کرنشی آن افزایش می‌یابد و در حالت ناپایدار قرار می‌گیرد. علت باقی ماندن پوسته در وضعیت دوم به این شکل توجیه می‌شود که پوسته در یک وضعیت کمینه‌ی موضعی انرژی کرنشی قرار دارد، به‌صورتی



شکل ۴ مقطع پوسته کامپوزیت دوپایا [۴]

۳-۱-۱- انرژی کرنشی ناشی از خمش

انرژی کرنشی ناشی از خمش در واحد سطح برای یک صفحه کامپوزیتی مطابق با رابطه‌ی (۸) بیان می‌شود.

$$u_b = \frac{1}{2} [k_x \quad k_y \quad k_{xy}] D \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (8)$$

با توجه مجزا در نظر گرفته شدن خمش از پیچش، $k_{xy} = 0$ در نظر گرفته می‌شود. انحناهای مقطع عرضی از $1/R$ در وضعیت اول به k_y در وضعیت دوم تغییر می‌یابد و بنابراین مقدار u_b از رابطه (۹) محاسبه می‌شود.

$$u_b = \frac{1}{2} [D_{11} k_x^2 + 2 D_{12} k_x (k_y - \frac{1}{R}) + D_{22} (k_y - \frac{1}{R})^2] \quad (9)$$

با توجه به یکنواخت بودن انحناها در پوسته، انرژی کرنشی در واحد طول پوسته (انرژی کرنشی ذخیره شده در پوسته‌ای با مقطع مشخص و طول یک متر) با ضرب رابطه‌ی (۹) در طول کمان βR و مطابق با رابطه‌ی (۱۰) به دست می‌آید.

$$U_b = \frac{1}{2} \beta R [D_{11} k_x^2 + 2 D_{12} k_x (k_y - \frac{1}{R}) + D_{22} (k_y - \frac{1}{R})^2] \quad (10)$$

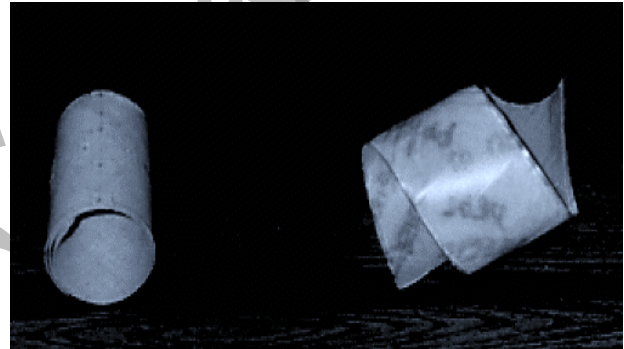
شکل ۵ مقطع پوسته را پس از تغییر وضعیت را نمایش می‌دهد.

۳-۱-۲- انرژی کرنشی ناشی از کشش

رابطه‌ی (۱۱) انرژی کرنشی ناشی از کشش در واحد سطح برای یک صفحه‌ی کامپوزیتی را بیان می‌کند [۲۴].

$$u_s = \frac{1}{2} [\varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \varepsilon_{xy}] A \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{bmatrix} \quad (11)$$

برگزاری معمول پوسته استوانه‌ای در وضعیت گسترده خود و بدون بارگذاری دارای انرژی کرنشی صفر و در وضعیت پایدار اول خود قرار دارد. با اعمال بار و تغییر وضعیت پوسته از وضعیت اولیه، به‌صورت پوسته تحت تنش قرار گرفته و میزان انرژی کرنشی آن افزایش می‌یابد و در حالت ناپایدار قرار می‌گیرد. علت باقی ماندن پوسته در وضعیت دوم به این شکل توجیه می‌شود که پوسته در یک وضعیت کمینه‌ی موضعی انرژی کرنشی قرار دارد، به‌صورتی



شکل ۳ مقایسه‌ی چیدمان متقارن (راست) و نامتقارن (چپ) لایه‌ها در بوم [۲۳]

که با تغییر وضعیت محدود پوسته از وضعیت دوم، انرژی کرنشی پوسته افزایش می‌یابد و بنابراین به کمینه‌ی موضعی، یعنی وضعیت پایدار دوم بازمی‌گردد. به بیان دیگر برای اثبات وجود وضعیت پایدار دوم باید نشان داده شود که یک کمینه‌ی موضعی انرژی کرنشی وجود دارد که پوسته در آن نقطه باقی می‌ماند.

۳-۲- تحلیل انرژی کرنشی

در این بخش روابطی برای محاسبه و تخمین انرژی کرنشی پوسته تحت خمش ارائه می‌شود، با در دست داشتن این تخمین می‌توان انرژی کرنشی پوسته را در وضعیت‌های متفاوت محاسبه کرد و همچنین بررسی کرد که آیا پوسته در یک کمینه‌ی موضعی انرژی کرنشی قرار دارد یا خیر. در ادامه یک نمونه پوسته‌ی کامپوزیتی دوپایا مورد بررسی قرار گرفته و وضعیت پایدار دوم آن از روی نمودارهای انرژی کرنشی محاسبه می‌شود. برای تعیین وضعیت یک پوسته استوانه‌ای تنها به دو پارامتر انحنا در جهت x و y نیاز است، با در دست بودن این دو مشخصه می‌توان هندسه‌ی پوسته را بعد از بارگذاری مشخص کرد. همچنین اشاره شد که به علت چینش نامتقارن لایه‌ها خمش و پیچش مجزا خواهند بود، بنابراین برای یک پوسته‌ی تحت خمش، جهت‌های اصلی انحنا تغییری نخواهد کرد.

۳-۱- روابط انرژی کرنشی

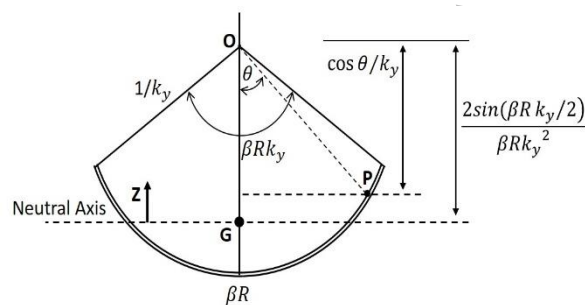
^۱ Principal Curvatures

کرنش در امتداد y ، ε_y ، کرنش در امتداد x ، ε_x و کرنش برشی ε_{xy} ، مطابق رابطه (۱۲) لحاظ می‌شوند.

$$\varepsilon_y \approx 0; \varepsilon_{xy} = 0; \varepsilon_x = zk_x \quad (12)$$

در رابطه (۱۲)، z فاصله نقطه P ، شکل ۵، از تار خنثی مقطع پس از تغییر شکل است. مطابق با شکل ۵، با استفاده از مختصات قطبی، فاصله P از تار خنثی طبق رابطه (۱۳) بیان می‌شود.

$$z = \overline{OG} - \overline{PO} \cos \theta = \frac{2 \sin(\beta R k_y / 2)}{\beta R k_y^2} - \frac{\cos \theta}{k_y} \quad (13)$$



شکل ۵ مقطع پوسته پس از تغییر شکل

در نهایت رابطه‌ی (۱۱) به شکل رابطه‌ی (۱۴) بازنویسی می‌شود.

$$u_s = \frac{1}{2} A_{11} \varepsilon_x^2 = \frac{A_{11}}{2} \left[\frac{2 \sin(\beta R k_y / 2)}{\beta R k_y^2} - \frac{\cos \theta}{k_y} \right]^2 k_x^2 \quad (14)$$

با انتگرال‌گیری بر روی کل مقطع، انرژی کرنشی ناشی از کشش پوسته با مقطع معین در واحد طول مطابق با رابطه‌ی (۱۵) به دست می‌آید.

$$U_s = \frac{A_{11}}{2} \left[\frac{\beta R}{2} \frac{k_x^2}{k_y^2} + \frac{\sin(\beta R k_y)}{2} \frac{k_x^2}{k_y^3} - \frac{4 \sin^2(\beta R k_y / 2)}{\beta R} \frac{k_x^2}{k_y^4} \right] \quad (15)$$

با در دست داشتن دو تابع U_s و U_b ، در نهایت انرژی کرنشی کل یک پوسته با مقطع معین در واحد طول پس از تغییر وضعیت، حاصل جمع ترم‌های انرژی کرنشی ناشی از خمش و کشش، مطابق با رابطه‌ی (۱۶) در نظر گرفته می‌شود.

$$U = U_b + U_s \quad (16)$$

در صورت یافتن یک کمینه‌ی موضعی برای تابع به دست آمده می‌توان توجیهی برای وضعیت پایدار دوم یافت.

۳-۲- نمودارهای انرژی کرنشی و شعاع دوپایایی

با در دسترس بودن رابطه‌ی (۱۶) می‌توان انرژی کرنشی پوسته را در وضعیت‌های متفاوت بررسی کرد. در نتیجه می‌توان انرژی کرنشی کل را به صورت تابعی از دو انحنا k_x و k_y بیان کرد و آن را توسط نمودارهای انرژی کرنشی مورد بررسی قرار داد.

ضرب دو انحنا اصلی یک سطح به صورت انحنا گوسی^۱ تعریف می‌شود. اگر تغییرشکل‌های یک سطح برای صفحه میانی به صورت غیرکششی یا تقریباً غیرکششی در نظر گرفته شود، به این تغییرشکل غیرکششی گفته می‌شود. برای پوسته استوانه‌ای اگر بار اعمالی تنها از نوع ممان در نظر گرفته شود، فرض غیرکششی بودن با تقریب خوبی قابل اعمال است. اگر سطحی دارای انحنا گوسی صفر باشد و تغییرشکل‌های صفحه میانی آن غیرکششی فرض شود، مقدار انحنا گوسی همواره ثابت بوده و تغییری نخواهد کرد.

نتیجه‌ی مطلب فوق این است که در نمودارهای انرژی کرنشی نیازی به بررسی تمامی مقادیر انحناهای اصلی برای یافتن کمینه‌ی موضعی نیست، بلکه تنها نیاز است مقادیری که دارای انحنا گوسی صفر هستند، یعنی حاشیه‌ای که ضرب انحناهای اصلی در آن صفر است، مورد بررسی قرار گیرند. همچنین برای تبدیل یک سطح با انحنا گوسی صفر به سطح دیگری با انحنا گوسی صفر تنها به خمش نیاز است.

مطابق توضیحات اگر پوسته استوانه‌ای تنها تحت خمش باشد، انحنا گوسی همواره صفر است [۴]. در این حالت یکی از انحناهای اصلی حتماً با صفر برابر خواهد بود و انحنا اصلی دیگری می‌تواند مقداری غیر از صفر داشته باشد. در این وضعیت هندسه پوسته تنها با مشخص بودن انحنا غیر صفر مشخص می‌شود، به بیان دیگر با در نظر گرفتن فرضیات گفته شده، وضعیت پوسته بعد از اعمال خمش همواره به صورت یک مقطع استوانه‌ای و یا در حالت خاص یک صفحه تخت خواهد بود. به همین علت تنها با داشتن شعاع مقطع پوسته تحت خمش می‌توان هندسه آن را در وضعیت‌های مختلف مشخص کرد. شعاعی که پوسته در کمینه‌ی انرژی کرنشی خود، به جز حالت گسترده، یا همان وضعیت پایدار دوم خود قرار دارد را شعاع دوپایایی می‌نامند. بنابراین شعاع دوپایایی مهم‌ترین مشخصه‌ی حالت پایدار دوم است و با در دست داشتن شعاع دوپایایی، هندسه پوسته در وضعیت پایدار خود مشخص خواهد شد.

در این بخش پدیده دوپایایی در یک نمونه پوسته کامپوزیتی پنج لایه با چینش نامتقارن مورد بررسی قرار خواهد گرفت. جنس فیبر و ماتریس در تمامی لایه‌ها یکسان است. مشخصات مکانیکی لایه‌ها و زاویه‌ی قرارگیری فیبرها در لایه‌ها به ترتیب در جدول ۱ و جدول ۲ مشخص شده است. رابطه‌ی (۱۷) ماتریس ABD محاسبه شده برای پوسته را مشخص می‌کند.

$$ABD = \begin{bmatrix} 14 & 6 & 0 & 0 & 0 & -0.55 \\ 6 & 8.8 & 0 & 0 & 0 & -0.55 \\ 0 & 0 & 6.2 & -0.55 & -0.55 & 0 \\ 0 & 0 & -0.55 & 1 & 0.67 & 0 \\ 0 & 0 & -0.55 & 0.67 & 0.95 & 0 \\ -0.55 & -0.55 & 0 & 0 & 0 & 0.69 \end{bmatrix} \quad (17)$$

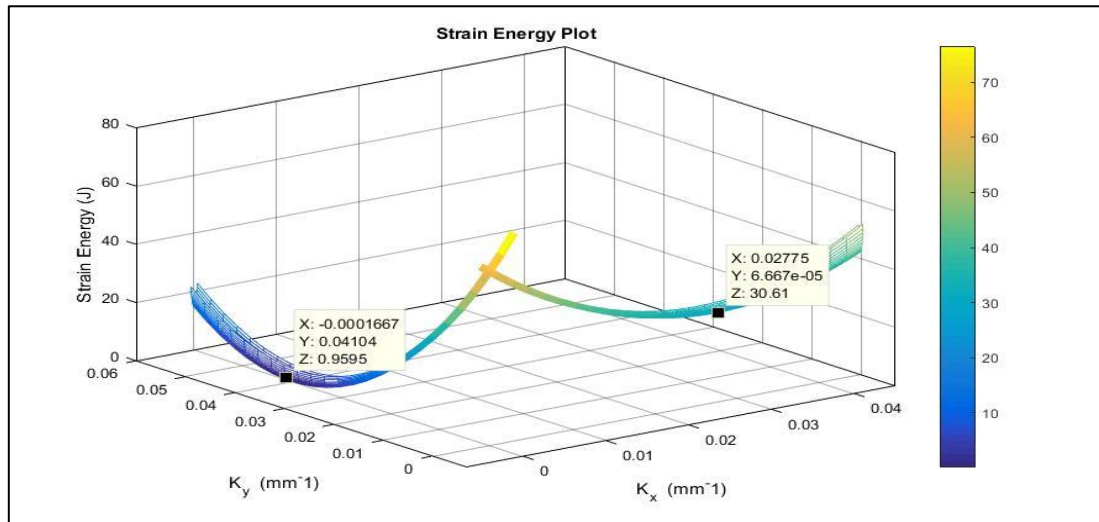
وضعیت اولیه‌ی پوسته مطابق با شکل ۴ در نظر گرفته می‌شود که دارای انحنا k_x (شعاع اولیه $r = 25 \text{ mm}$) و k_y می‌باشد. دقت شود که رابطه‌ی (۱۶) انرژی کرنشی کل پوسته با مقطع مشخص را در واحد طول ارائه می‌کند، بنابراین طول استوانه تأثیری در نتیجه نداشته و تنها انحناها معیار هستند.

نمودار انرژی کرنشی مطابق با رابطه‌ی (۱۶) در شکل ۶ مشخص شده است. شکل ۶ نمودار انرژی کرنشی را بر پایه‌ی انحنا، در حاشیه انحنا گوسی صفر نمایش می‌دهد. انرژی کرنشی در وضعیت اولیه ($r = 25 \text{ mm}$) ($k_x \approx 0$ ، $k_y \approx 0.04$)، بدون هیچ‌گونه اعمال بار، دارای کمترین مقدار (انرژی کرنشی صفر) است. با فاصله گرفتن از حاشیه‌ی انحنا گوسی صفر، انرژی کرنشی به صورت قابل توجهی افزایش می‌یابد. با حرکت به سمت ($k_x \approx 0$ ، $k_y \approx 0$) که در واقع همان وضعیت صفحه تخت است، انرژی کرنشی به مرور افزایش می‌یابد. در ادامه و با حرکت از وضعیت تخت در امتداد محور x ، مجدداً یک کمینه‌ی موضعی انرژی کرنشی مشاهده می‌شود. این کمینه همان وضعیت پایدار دوم است. دو نقطه‌ی کمینه‌ی انرژی کرنشی بر روی شکل ۶ مشخص شده‌اند.

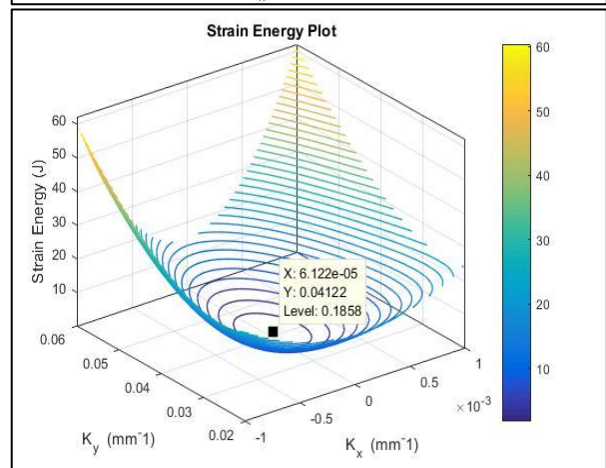
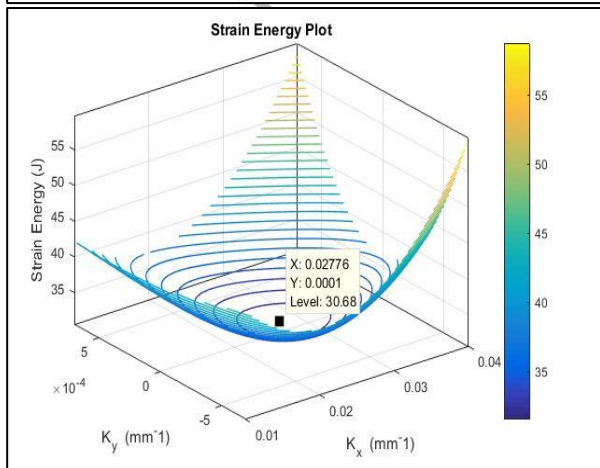
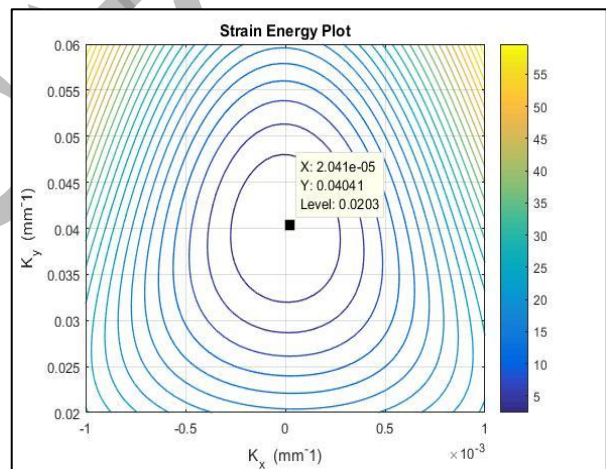
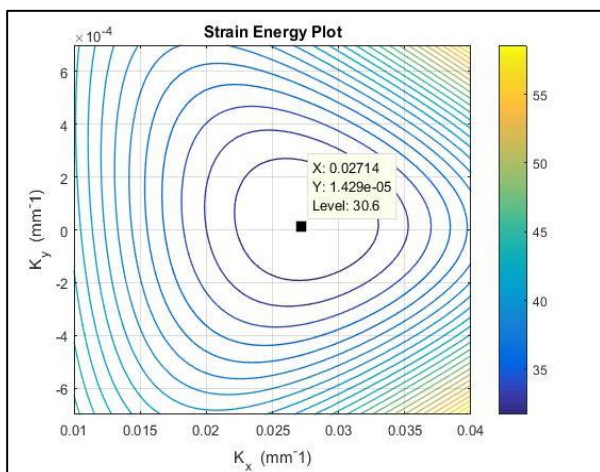
¹ Gaussian Curvature

به منظور بررسی دقیق تر و برای محاسبه‌ی شعاع دوپایایی، نقاط کمینه به طور خاص مورد بررسی قرار می‌گیرند. وضعیت اول و دوم پایداری پوسته در شکل ۷ و شکل ۸ نمایش داده شده‌اند. در حالت پایدار اول ($kx \approx 0$ $ky \approx 0.4$) یک کمینه‌ی $U=0$ مشاهده می‌شود که وضعیت ابتدایی پوسته است. وضعیت دوم پایداری دارای استفاده از این روش می‌توان وضعیت پایدار دوم را تعیین نمود.

بنابراین شعاع دوپایایی در وضعیت دوم پایداری برابر با $(1/k_x = 37\text{mm})$ خواهد بود. مقدار انرژی کرنشی در وضعیت پایدار دوم برابر $U = 30 \text{ J}$ محاسبه می‌شود. با مشخص شدن انحنا در وضعیت پایدار دوم یا به بیان دیگر شعاع دو پایایی، وضعیت پوسته در حالت پایدار دوم خود تعیین شده و هندسه‌ی آن مشخص می‌گردد. بنابراین در طراحی سازه‌های دوپایا با استفاده از این روش می‌توان وضعیت پایدار دوم را تعیین نمود.



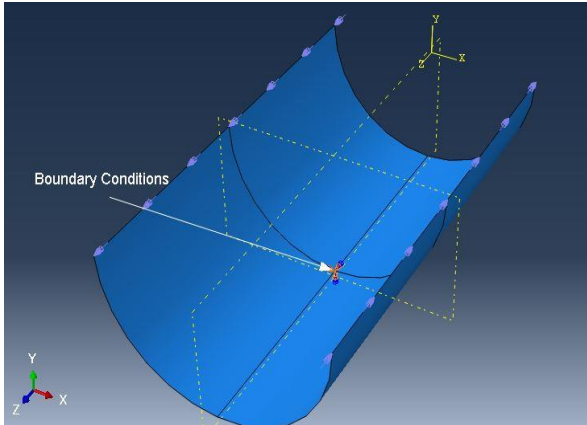
شکل ۶ نمودار انرژی کرنشی پوسته بر پایه انحنا



شکل ۷ نمودار انرژی کرنشی بر پایه انحنا - وضعیت پایدار اول

شکل ۸ نمودار انرژی کرنشی بر پایه‌ی انحنا - وضعیت پایدار دوم

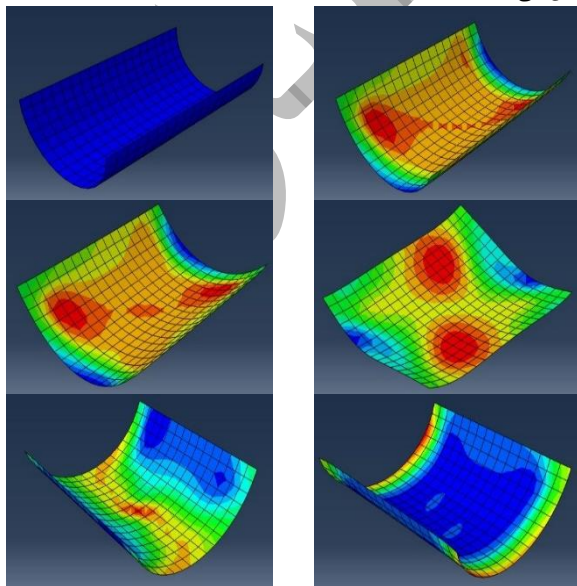
مشخصات و شرایط کامپوزیت در بخش مشخصات مکانیکی تعیین شده و به مدل ایجاد شده اختصاص می‌یابد. شعاع اولیه پوسته‌ی برابر ۲۵ mm طول پوسته برابر ۹۰ mm و زاویه‌ی مقطع ($\beta=180^\circ$) است. همچنین ضخامت لایه برابر با ($t=1,1\text{mm}$) اختیار می‌شود. همچنین به‌عنوان شرط مرزی، درجات آزادی نقطه مرکزی پوسته محدود شده و بار ممان خمشی بر لبه‌های پوسته اعمال می‌شود. مدل هندسی اولیه و شرط مرزی در شکل ۱۰ مشخص شده است.



شکل ۱۰ مدل هندسی و شرایط مرزی

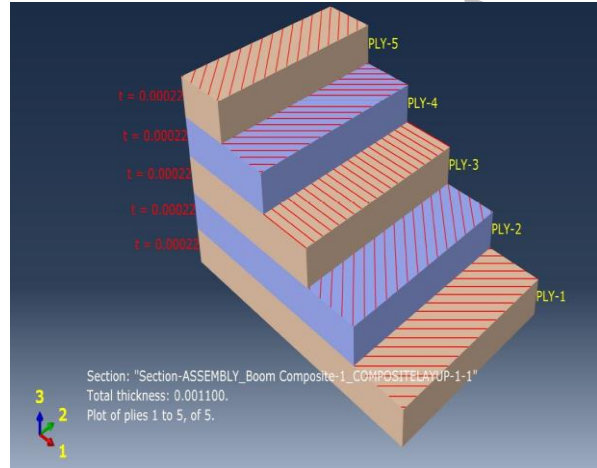
۴-۲- گام‌های حل

دو گام حل بارگذاری و باربرداری تعریف می‌شود، ممانی از نوع "Shell_Edge_Load" با اندازه‌ی ۴۰ به لبه‌های پوسته‌ی کامپوزیتی اعمال می‌شود تا آن را از وضعیت پایدار اول به وضعیت پایدار دوم منتقل کند. در گام دوم حل یعنی باربرداری، تمامی بارگذاری‌ها غیرفعال شده و هیچ نیروی خارجی به پوسته اعمال نمی‌گردد. پس از باربرداری، پوسته به جای بازگشت به وضعیت اولیه، در وضعیت دوم پایدار خود باقی می‌ماند، به معنای دیگر پدیده‌ی دو پایایی در شبیه‌سازی تایید می‌شود. در مورد بارگذاری باید به این نکته اشاره کرد که مقدار ممان اعمال شده باید توانایی انتقال پوسته به وضعیت پایدار دوم را داشته باشد، در غیر این صورت پس از باربرداری به وضعیت پایدار اول خود بازمی‌گردد. شکل ۱۱ مراحل تغییر وضعیت پوسته تحت ممان را نمایش می‌دهد.



۴- شبیه‌سازی اجزای محدود

در این بخش پدیده دوپایایی برای پوسته‌های استوانه در نرم‌افزار اجزای محدود آباکوس شبیه‌سازی می‌شود. ترتیب و زاویه‌ی قرارگیری فیبر در لایه‌ها و مشخصات مکانیکی پوسته کامپوزیتی، به ترتیب مطابق با جدول ۱ و جدول ۲ تعیین می‌گردد. شکل ۹ شمای قرارگیری لایه‌ها و زوایای فیبرها را در شبیه‌سازی نمایش می‌دهد.



شکل ۹ ترتیب قرارگیری لایه‌ها و زوایای فیبرها در ماتریس

جدول ۱ مشخصات مکانیکی لایه

پارامترها	توضیح	مقادیر (واحد)
E_1	مدول یانگ در امتداد فیبرها	۲۶/۵ (GPa)
E_2	مدول یانگ عمود بر جهت فیبرها	۳ (GPa)
G	مدول برشی	۱/۴ (GPa)
ν	ضریب پواسون	۰/۴

جدول ۲ زاویه قرارگیری فیبرها در ماتریس

شماره‌ی لایه	زاویه‌ی فیبر
۱	+۴۵
۲	-۴۵
۳	۰
۴	+۴۵
۵	-۴۵

المان به کار گرفته شده از نوع المان استاندارد S4R Elements است که برای مدل‌سازی عمومی پوسته‌ها و همچنین کاربردهای با کرنش بالا پیشنهاد می‌شود. با توجه به ساده بودن هندسه‌ی مدل، شبکه‌بندی از نوع Quad-Dominated و شبکه متوسط تعیین شده است. همچنین با توجه به جابه‌جایی گره‌ها و تغییر شکل در مقیاس بزرگ، در تمامی گام‌های حل گزینه‌ی هندسه‌ی غیرخطی لحاظ شده است.

۴-۱- هندسه و مشخصات مکانیکی

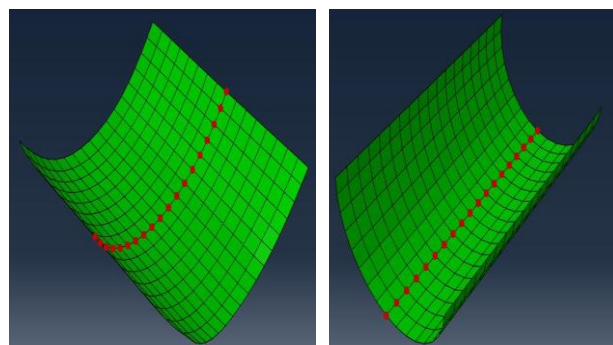
۵- بررسی و تحلیل نتایج

در این بخش نتایج به دست آمده از شبیه‌سازی اجزای محدود با نتایج به دست آمده از تئوری و نمودارهای انرژی کرنشی مقایسه می‌شوند تا صحت نتایج به دست آمده ارزیابی شوند. به همین منظور هندسه‌ی پوسته‌ی استوانه‌ای در حالت پایدار دوم خود و همچنین میزان انرژی کرنشی پوسته در این حالت مقایسه می‌شوند. برای بررسی شکل پوسته در وضعیت پایدار دوم شعاع‌های آن‌ها با یکدیگر مقایسه می‌شوند. همچنین انرژی کرنشی پوسته در وضعیت پایدار دوم از روی نمودارهای انرژی کرنشی خوانده می‌شود (محاسبه شده از رابطه‌ی (۱۶)) و در شبیه‌سازی با استخراج نمودار تغییرات انرژی کرنشی میزان آن در وضعیت پایدار دوم مشخص خواهد شد. در انتها با بررسی اختلاف بین این مقادیر، میزان دقت محاسبات و تخمین‌ها مشخص خواهد شد. توجه شود که مقطع پوسته بررسی شده در بخش ۳ با مقطع پوسته شبیه‌سازی شده، زوایای قرارگیری الیاف، ترتیب چینش لایه‌ها و مشخصات مکانیکی کاملاً یکسان است. بنابراین می‌توان نتایج را با یکدیگر مقایسه کرد.

۵-۱- هندسه پوسته

همان‌طور که در بخش سوم توضیح داده شده، در وضعیت اعمال ممان خالص انحنا‌ی گوسی همواره صفر بوده و بنابراین برای مشخص شدن هندسه‌ی پوسته تنها به انحناهای اصلی نیاز است. با در نظر گرفتن صفر بودن یکی از انحناها، وضعیت پوسته با مشخص شدن انحنا‌ی دیگر یا نسبت عکس آن، که شعاع پوسته در وضعیت پایدار دوم است و با نام شعاع دوپایایی شناخته می‌شود تعیین می‌گردد.

شعاع دوپایایی از مسیر تئوری از روی نمودارهای انرژی کرنشی مطابق با شکل ۶ و به‌طور دقیق‌تر از شکل‌های ۷ و ۸ مشخص می‌گردد که بیانگر کمینه‌ی موضعی انرژی کرنشی در وضعیت پایدار دوم است. برای محاسبه‌ی شعاع دوپایایی در بخش شبیه‌سازی، از محل گره‌هایی روی خط میانی پوسته پس از تغییر شکل استفاده می‌شود. به این صورت که محل گره‌ها پس از تغییر شکل استخراج شده و موقعیت گره‌ها به‌عنوان ورودی به یک تابع برازش منحنی داده می‌شود، که شعاع نزدیک‌ترین دایره به نقاط ورودی را برمی‌گرداند. محل گره‌ها بر روی خط میانی در شکل ۱۲ مشخص شده است. با توجه به موقعیت به دست آمده نقاط مشخص شده بعد از بارگذاری، شعاع پوسته در وضعیت پایدار دوم از مسیر شبیه‌سازی برابر با $42/17\text{mm}$ محاسبه می‌گردد. نتایج به دست آمده از تئوری و شبیه‌سازی در جدول ۳ با یکدیگر مقایسه شده‌اند.



ب

الف

با انرژی کرنشی مثبت ($2/75 J$) ثابت شده و در آنجا به صورت پایدار باقی می ماند که بیانگر وضعیت پایدار دوم است. برای مقایسه نتایج تئوری و شبیه سازی لازم است انرژی کرنشی پوسته در واحد طول بررسی شود، با در نظر گرفتن طول پوسته برابر با ($90 mm$) در شبیه سازی، **جدول ۳** مقدار انرژی کرنشی در واحد طول وضعیت پایدار دوم پوسته را در حالت تئوری و شبیه سازی را نشان می دهد.

جدول ۳ مقایسه ی نتایج تئوری با شبیه سازی			
توضیح	محاسبات تئوری	شبیه سازی	درصد اختلاف
شعاع دوپایایی (mm)	۳۶/۰۲	۴۲/۱۷	۱۷/۱۳
انرژی کرنشی (J/m)	۳۰/۶۸	۳۰/۵۶	۰/۳۹

۵-۲- انرژی کرنشی پوسته

برای مقایسه ی انرژی کرنشی پوسته باید در نظر داشت که نمودارهای انرژی کرنشی بر پایه ی (۱۶) ترسیم شده اند که میزان انرژی کرنشی ذخیره شده در پوسته ای با مقطع معین و طول یک متر را به دست می دهد. این در حالی است که در شبیه سازی انجام شده با وجود اینکه مقطع پوسته و سایر مشخصات مشابه هستند طول پوسته ی شبیه سازی شده برای ساده تر بودن شبیه سازی کمتر از یک متر ($90 mm$) است.

انرژی کرنشی پوسته در واحد طول در وضعیت پایدار دوم مطابق با **شکل ۸** و برابر با $30.68 J/m$ به دست می آید. به منظور مقایسه ی نتیجه ی تئوری با شبیه سازی از نمودار تغییرات انرژی کرنشی پوسته در گام های حل مطابق با **شکل ۱۳** استفاده می شود. با توجه به روند نمودار، در گام حل اول که بارگذاری انجام می شود و پوسته تحت خمش است، انرژی کرنشی افزایش می یابد. در گام حل دوم که بارگذاری ها لغو شده و پوسته در حالت کاملاً آزاد قرار دارد، مشاهده می شود که انرژی کرنشی ابتدا روند کاهشی دارد اما به جای بازگشت به صفر، یا مقداری نزدیک به صفر، که بیانگر همان وضعیت پایدار اولیه است؛ در محلی

Printe

Enerav(J)

۶- نتیجه گیری

در کار حاضر، پدیده دوپایایی در پوسته های کامپوزیتی استوانه ای تقویت شده با الیاف مورد بررسی قرار گرفت. در ابتدا تاریخچه ی دوپایایی معرفی و به پتانسیل استفاده گسترده این نوع کامپوزیت ها در سازه های گسترش پذیر اشاره شد. در ادامه، با این فرض که وضعیت پایدار دوم پوسته یک کمینه ی موضعی انرژی کرنشی است، تحلیل دوپایایی از دو مسیر تئوری و شبیه سازی اجزای محدود انجام پذیرفت. برخلاف بیشتر موارد که لایه ها از چینش متقارن برخوردار هستند، اینجا با بهره گیری از چینش نامتقارن لایه ها پیچش و خمش از یکدیگر مجزا شده و پوسته می تواند دو حالت پایدار مختلف با هندسه ی استوانه ای داشته باشد. همچنین روابطی برای محاسبه ی شعاع دوپایایی به عنوان یکی از پارامترهای اصلی طراحی ارائه شد. تطابق بالای انرژی کرنشی محاسبه شده از مسیر تئوری و شبیه سازی بیانگر قابل قبول بودن تخمین های لحاظ شده و صحت شبیه سازی است، همچنین شعاع دوپایایی به دست آمده از مسیر تئوری و شبیه سازی تخمین مناسبی را به دست می دهد که می تواند به منظور طراحی از آن استفاده شود.

شکل ۱۳ نمودار تغییر انرژی کرنشی پوسته در گام های حل

راستا در نظر گرفتن اثرات ویسکوالاستیک در شبیه سازی ها می تواند کارآمد باشد. با در نظر گرفتن اثرات ویسکوالاستیک، قسمتی از انرژی کرنشی ذخیره شده در ورق در هنگام گسترش دچار اتلاف شده و در نتیجه شعاع دوپایایی با دقت بهتری محاسبه می شود.

کار حاضر به بررسی دوپایایی و مشخصه های آن در حالت الاستیک پرداخت، نظر به این که یکی از پتانسیل های اصلی این نوع پوسته ها استفاده از آن ها در سازه های گسترش پذیر است و از پوسته های دوپایا به عنوان عملگر برای باز کردن سازه های گسترش پذیر استفاده می شود، لازم است که بررسی و تحلیل دینامیک پوسته های دوپایا نیز انجام شود، از جمله مقدار باری که می تواند در وضعیت دینامیک و در هنگام گشوده شدن تحمل کند. همچنین به منظور تکمیل کار حاضر می توان عوامل اتلاف انرژی را در روابط لحاظ کرد، در همین

ESL: Equivalent Single Layers Theories	تئوری تک‌لایه‌ی معادل برای صفحات کامپوزیت
First Shear Deformation Theory (FSDT)	تئوری تغییرشکل برشی مرتبه‌ی اول برای ورق‌های کامپوزیتی چندلایه
Principal Curvatures	انحنای اصلی
Gaussian Curvature	انحنای گوسی

Slit-Tube/Tape-Spring	نواری فنری
Rolla-Tube Lab.	رولا-تیوب
Neutral Stability	پایداری خنثی
Deployable Structures	سازه‌های گسترش‌پذیر
Boom	بوم
Woven Composite	کامپوزیت پیش‌تنیده

۷- مراجع

- [1] S. S. Mojabi and M. M. Kheirikhah, "Modeling and intelligent control of vibration of cantilever composite plate embedded with shape memory alloy wires," *Journal of Science and Technology of Composites*, vol. 4, no. 4, pp. 363–374, 2018.
- [2] Z. Zamani and H. Haddadpour, "Static and dynamic analysis of composite thin walled beam with curvilinear fiber," *Journal of Science and Technology of Composites*, vol. 6, no. 1, pp. 79–88, 2019.
- [3] K. Iqbal, S. Pellegrino, and A. Daton-Lovett, "Bi-stable composite slit tubes," in *IUTAM-IASS Symposium on Deployable Structures: Theory and Applications: Proceedings of the IUTAM Symposium held in Cambridge, UK, 6–9 September 1998*, Springer, 2000, pp. 153–162.
- [4] K. Iqbal and S. Pellegrino, "Bi-stable composite shells," in *41st Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference and Exhibit held in Atlanta, GA, USA, 3- 6 April 2000*, 2000, p. 1385.
- [5] S. D. Guest and S. Pellegrino, "Analytical models for bistable cylindrical shells," *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 462, no. 2067, pp. 839–854, 2006, doi: 10.1098/rspa.2005.1598.
- [6] T. W. Murphey and S. Pellegrino, "A novel actuated composite tape-spring for deployable structures," in *45th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC structures, structural dynamics & materials conference*, 2004, p. 1528. doi: 10.2514/6.2004-1528.
- [7] E. R. Adrover, *Deployable structures*. Hachette UK, 2015.
- [8] F. Mehralian, "Analysis Cured Shape of Bistable Structures Using Analytical Method," M. Sc., Shahrekord University, Shahrekord, 2012.
- [9] A. Hajiesmaeili, "Analysis of Mechanical Behavior of Bistable Structures Using Finite Element Simulation," M. Sc., Shahrekord University, Shahrekord, 2012.
- [10] T. W. Murphey *et al.*, "High strain composites," in *2nd AIAA Spacecraft Structures Conference*, 2015. doi: 10.2514/6.2015-0942.
- [11] M. Shahryarifard, M. Golzar, and G. Tibert, "Toward thermal stimulation of shape memory polymer composite bistable tape springs," *Smart Mater Struct*, vol. 30, no. 2, p. 025030, 2021, doi: 10.1088/1361-665X/abd342.
- [12] A. Brinkmeyer, S. Pellegrino, and P. M. Weaver, "Effects of Long-Term Stowage on the Deployment of Bistable Tape Springs," *Journal of Applied Mechanics, Transactions ASME*, vol. 83, no. 1, 2016, doi: 10.1115/1.4031618.

- [13] A. Brinkmeyer, S. Pellegrino, P. M. Weaver, and M. Santer, "Effects of viscoelasticity on the deployment of bistable tape springs," in *19th International Conference on Composite Materials (ICCM-19), Montreal, QC, Canada, July 2013*, 2013, pp. 370–380.
- [14] M. E. Peterson and T. W. Murphey, "Large deformation bending of thin composite tape spring laminates," in *54th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*, 2013, p. 1667. doi: 10.2514/6.2013-1667.
- [15] K. Kwok and S. Pellegrino, "Viscoelastic effects in tape-springs," in *Collection of Technical Papers - AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*, 2011. doi: 10.2514/6.2011-2022.
- [16] F. Herlem, "Modelling and Manufacturing of a Composite Bi-Stable Boom for Small Satellites," M. Sc., KTH Royal Institute of Technology, Stockholm, 2014.
- [17] H. Yang, R. Liu, Y. Wang, Z. Deng, and H. Guo, "Experiment and multiobjective optimization design of tape-spring hinges," *Structural and Multidisciplinary Optimization*, vol. 51, no. 6, 2015, doi: 10.1007/s00158-014-1205-9.
- [18] H. Ye, Y. Zhang, Q. Yang, Y. Xiao, R. V. Grandhi, and C. C. Fischer, "Optimal design of a three tape-spring hinge deployable space structure using an experimentally validated physics-based model," *Structural and Multidisciplinary Optimization*, vol. 56, no. 5, 2017, doi: 10.1007/s00158-017-1810-5.
- [19] T. W. Murphey, S. K. Jeon, A. Biskner, and G. E. Sanford, "Deployable Booms and Antennas Using Bi-stable Tape-springs," in *24th Annual AIAA/USU Conference on Small Satellites*, 2010.
- [20] H. Yang, H. Guo, R. Liu, S. Wang, and Y. Liu, "Coiling and deploying dynamic optimization of a C-cross section thin-walled composite deployable boom," *Structural and Multidisciplinary Optimization*, vol. 61, no. 4, 2020, doi: 10.1007/s00158-019-02429-x.
- [21] H. M. Y. C. Mallikarachchi, "Predicting mechanical properties of thin woven carbon fiber reinforced laminates," *Thin-Walled Structures*, vol. 135, pp. 297–305, 2019, doi: 10.1016/j.tws.2018.11.016.
- [22] H. M. Y. C. Mallikarachchi and S. Pellegrino, "Deployment dynamics of ultrathin composite booms with tape-spring hinges," *J Spacecr Rockets*, vol. 51, no. 2, pp. 604–617, 2014, doi: 10.2514/1.A32401.
- [23] Y. Prigent, "A finite model of bi-stable woven composite tape-springs," M. Sc., KTH Royal Institute of Technology, 2011.
- [24] J. N. Reddy, *Mechanics of laminated composite plates and shells: theory and analysis*. CRC press, 2003.